Mouvement dans un champ uniforme

DS

v1.0 Ⓟ

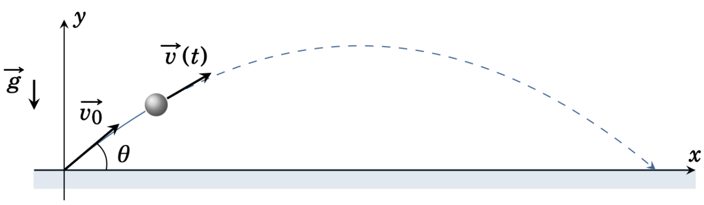
Lycée de Cachan – 63 Avenue du Président Wilson 94230 Cachan - Académie de Créteil

Consignes importantes

Seules les réponses **encadrées** pour les formules et **soulignées** pour les applications numériques seront corrigées.
L'usage de **toute calculatrice est strictement interdit**.

Exercice 1 Parabole de sécurité (★★★)

On s'intéresse au mouvement d'un projectile lancé dans le champ de pesanteur terrestre $\vec{g}$ supposé uniforme. Les frottements sont négligés dans tout le problème et le référentiel terrestre est considéré galiléen.
Le projectile, assimilable à un point matériel de masse m, est lancé à $t = 0$ dans une direction faisant un angle θ par rapport à l'horizontale, avec une vitesse constante $v_0 = 50\,\text{m.s}^{-1}$.



Q1 Le projectile est lancé vers le haut ($\theta = \pi/2$). À l'aide du principe fondamental de la dynamique montrer que l'altitude maximale h_0 s'exprime :

$$h_0 = \frac{v_0^2}{2g}$$

Q2 Effectuer l'application numérique (on prendra $g = 10\,\text{m.s}^{-2}$).

On choisit dorénavant $\theta \neq \pi/2$.

Q3 Montrer que l'équation de la trajectoire est une parabole d'équation

$$y = -\frac{1 + \tan^2\theta}{4h_0}x^2 + x\tan\theta$$

On donne $1 + \tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta}$.

Q4 On cherche à atteindre une cible ponctuelle P située en (x_0, y_0). En remplaçant : $x(t) = x_0$, $y(t) = y_0$ et $\theta = \theta_0$. Montrer que θ_0 est solution de :

$$x_0^2 X^2 - 4h_0 x_0 X + 4h_0 y_0 + x_0^2 = 0, \quad X = \tan\theta_0.$$

Q5 Le discriminant associé est :

$$\Delta = 4x_0^2(4h_0^2 - 4h_0 y_0 - x_0^2).$$

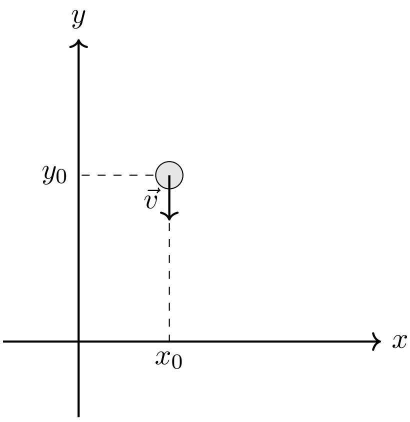
Que peut-on dire si $\Delta > 0$? Et si $\Delta < 0$? Faire un schéma.

Q6 Déduire l'équation de la parabole de sûreté et illustrer par un schéma.

Q7 Donner la portée maximale en fonction de h_0.

Exercice 2 Une chute ... avec frottements ! (★★★)

On considère un projectile de masse m lâché sans vitesse initiale d'une altitude y_0. L'objet chute avec une vitesse notée $\vec{v}$. On rappelle que l'accélération notée $\vec{a}$ correspond à la dérivée de la vitesse : $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$.



On ne considère que le mouvement vertical.

Le projectile est soumis à deux forces : son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ dirigé vers le bas et une force de frottement proportionnelle à la vitesse :

$$\vec{F}_f = -k\,\vec{v}, \qquad k > 0.$$

Q1 Montrer qu'en prenant l'axe dirigé vers le bas :

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{k}{m}v.$$

Q2 Résoudre l'équation différentielle avec $v(0) = 0$:

$$v(t) = \frac{mg}{k}\left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right).$$

Q3 Donner la vitesse limite lorsque $t \to \infty$.

LYCÉE Polyvalent DE CACHAN

Mouvement dans un champ uniforme

DS

v1.0 Ⓟ

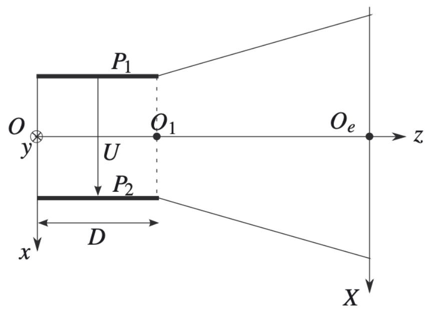
Lycée de Cachan – 63 Avenue du Président Wilson 94230 Cachan - Académie de Créteil

Consignes importantes

Seules les réponses **encadrées** pour les formules et **soulignées** pour les applications numériques seront corrigées.
L'usage de **toute calculatrice est strictement interdit**.

Exercice 1 Déflection électrique dans un oscilloscope (★★★)

Dans tout l'exercice, on se place dans un référentiel galiléen associé à un repère cartésien $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$. Une zone de champ électrique uniforme (voir figure) est établie entre les plaques P_1 (chargée négativement) et P_2 (chargé positivement). Le champ est supposé nul en dehors. La distance entre les plaques est d, la longueur des plaques est D. Des électrons (charge $q = -e \simeq 10^{-16} C$, masse $m \simeq 10^{-31} kg$) accélérés pénètrent en O dans la zone de champ électrique uniforme avec une vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_z$ selon l'axe Oz.



Q1 Établir l'expression de la force subie par les électrons en fonction de U, q, d et $\vec{u}_x$.

Q2 Justifier par un calcul que l'on peut négliger le poids des électrons devant cette force électrique (on considère que le champ $E \simeq 10\ V/m$

Q3 Montrer que l'expression de la trajectoire de l'électron dans la zone du champ est :

$$x = \frac{eU}{2mdv_0^2} \times z^2$$

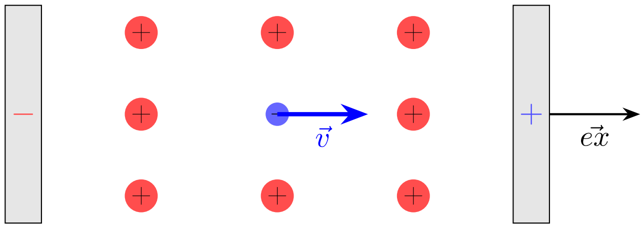
Q4 Déterminer les coordonnées (z_K, x_k) du point de sortie K de la zone de champ ainsi que les composantes de la vitesse (v_{xK}, v_{zK}) en ce point.

Q5 Montrer que le mouvement est rectiligne uniforme dans la zone en dehors des plaques.

Exercice 2 Un électron dans un réseau de protons (★★★)

On considère un électron de masse m et de charge $-e$ se déplaçant dans un réseau de protons fixes. L'électron est initialement au repos et commence à se déplacer sous l'effet d'un champ électrique constant $\vec{E}$. Il subit une force de frottement due aux interactions avec les protons, proportionnelle à sa vitesse :

$$\vec{F}_f = -k\vec{v}, \qquad k > 0.$$



Q1 Dessiner le champ électrique $\vec{E}$ qui règne entre les deux plaques situées aux extrémités du schéma.

Q2 A partir d'un principe fondamental de la dynamique, montrer que l'équation différentielle régissant la vitesse $v_x(t)$ de l'électron est :

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{eE}{m} - \frac{k}{m}v_x.$$

Q3 Résoudre l'équation différentielle avec la condition initiale $v_x(0) = 0$ et montrer que :

$$v_x(t) = \frac{eE}{k}\left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right).$$

Q4 Déterminer la vitesse limite v_{lim} de l'électron lorsque $t \to \infty$.