

DYNAMIQUE DU POINT

Cours

v2.0

Lycée de Cachan – 63 Avenue du Président Wilson 94230 Cachan - Académie de Créteil



Compétences visées:

- Justifier qualitativement la position du centre de masse d'un système, cette position étant donnée.
- Discuter qualitativement du caractère galiléen d'un référentiel donné pour le mouvement étudié.
- Utiliser la deuxième loi de Newton dans des situations variées pour en déduire, le vecteur accélération du centre de masse, les forces appliquées au système étant connues. Ainsi que la somme des forces appliquées au système, le mouvement du centre de masse étant connu.

Exercices :

1. Poids ou force gravitationnelle?
2. Forces intramoléculaires
3. Gravitation et Electrostatique, qui gagne?
4. Un vol d'oiseau
5. Temps de chute - *SPCL Montpellier*
6. Vol du drone Ingenuity sur Mars - *Bac CEA 2024*
7. Traction d'un ascenseur - *SPCL Montpellier*

Version Numérique :

Ce cours est disponible en **version numérique**.
Vous pouvez y accéder en scannant le **QR Code**
ci-contre :



Table des matières

I	Réduction du système à un point	3
A	Généralités	3
B	Cas d'une sphère	3
II	Forces usuelles	4
A	Force à distance	4
A-1	Force de gravitation et poids	4
A-2	Force électrostatique	5
B	Forces de contact	7
B-1	Réaction du support	7
B-2	Tension d'un fil	8
III	Lois de Newton	8
A	Première loi de Newton	8
A-1	Principe d'inertie	8
A-2	Référentiel Galiléen	8
B	Deuxième loi de Newton	9
B-1	Principe Fondamental de la Dynamique	9
B-2	Méthode de résolution	10
C	Troisième loi de Newton	15

I Réduction du système à un point

A Généralités

📖 Définition : Centre de masse

Le **centre de masse** d'un système est le point d'équilibre où l'on peut considérer que toute la masse du système est concentrée pour décrire son mouvement global.

💡 Exemple

- Pour une tige homogène, le centre de masse est au milieu, car la masse est uniformément répartie.



FIGURE 1 – Tige Homogène

- Pour un système composé de deux masses différentes, le centre de masse est situé plus près de la masse la plus lourde.

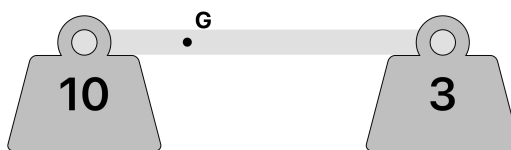


FIGURE 2 – Tige Non-Homogène

B Cas d'une sphère

📖 Propriété : Centre de masse d'une sphère

Le centre de masse d'une sphère homogène se situe en son centre. Nous pouvons donc assimiler tout système sphérique à un seul point situé en son centre.

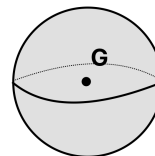


FIGURE 3 – Sphère homogène

💡 Remarque

Dans le cadre de la dynamique céleste, les planètes, étoiles, satellites en tout genre pourront donc facilement être réduits en un point.

II Forces usuelles

A Force à distance

A-1 Force de gravitation et poids

☰ Définition : Force gravitationnelle

La force gravitationnelle est une interaction attractive exercée entre deux corps ayant une masse. Elle est modélisée par la loi de Newton :

$$\vec{F} = G \frac{m_A m_B}{d^2} \vec{u}$$

où :

- G est la constante gravitationnelle ($G \approx 6,674 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$) ;
- m_A et m_B sont les masses des deux corps ;
- d est la distance qui les sépare ;
- $\vec{u}$ est le vecteur unitaire dirigé de l'un vers l'autre.

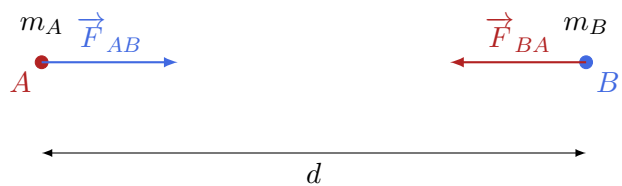


FIGURE 4 – Force gravitationnelle entre deux masses

Cette force est toujours **attractive** et de **même intensité** pour les deux objets, mais de **sens opposé**.

☰ Définition : Poids

Le poids d'un objet est la force gravitationnelle exercée par un astre (comme la Terre) sur cet objet.

Il est modélisé par :

$$\vec{P} = m \vec{g}$$

où :

- m est la masse de l'objet (en kg) ;
- $\vec{g}$ est le vecteur champ de pesanteur (en N/kg), dirigé vers le centre de l'astre.

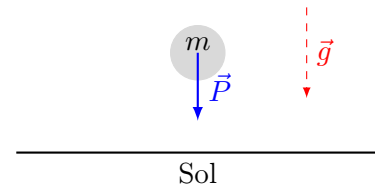


FIGURE 5 – Poids d'un système de masse m

✏ Exercice 1 Poids ou force gravitationnelle ? (★)

On admet que la Terre est une sphère homogène de rayon $R_T = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$ et de masse $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$. Un objet de masse $m = 2,0 \text{ kg}$ est posé au repos à la surface de la Terre.

Q1 Calculer le champ de pesanteur g à la surface de la Terre, à l'aide de la loi universelle de la gravitation.

Q2 En déduire le poids de l'objet.

Q3 Comparer ce résultat à celui obtenu avec la formule $P = m \cdot g$ en prenant $g = 9,81 \text{ N/kg}$.

A-2 Force électrostatique

📖 Définition : Force électrostatique

La force électrostatique est une interaction exercée entre deux corps porteurs de charges électriques. Elle est modélisée par la loi de Coulomb :

$$\vec{F} = k \frac{|q_A q_B|}{d^2} \vec{u}$$

où :

- k est la constante de Coulomb ($k \approx 8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$);
- q_A et q_B sont les charges des deux corps;
- d est la distance entre eux;
- $\vec{u}$ est un vecteur unitaire définissant la direction de l'interaction.

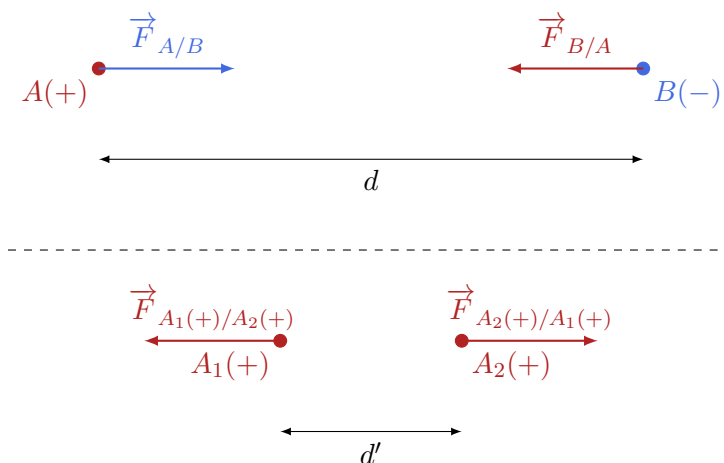


FIGURE 6 – Représentation de forces électrostatiques attractives et répulsives

Cette force peut être :

- **attractive** si les charges sont de **signes opposés**;
- **répulsive** si les charges sont de **même signe**.

**Exercice 2****Forces intramoléculaires (★ ★)**

Q1 Déterminer la valeur de l'interaction entre un ion chlorure (Cl^-) et un ion calcium (Ca^{2+}) dans un cristal de chlorure de calcium sachant qu'ils sont distants de $d = 2,8 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.

Q2 Représenter ces interactions sur un schéma.

**Exercice 3****Gravitation et Electrostatique, qui gagne ? (★)**

On considère un proton et un électron distants de $d = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$, soit environ le rayon moyen de l'atome d'hydrogène.

Q1 Faites un schéma de la situation.

Q2 Calculer la valeur de la **force gravitationnelle** F_g exercée entre le proton et l'électron.

Q3 Calculer la valeur de la **force électrostatique** F_e exercée entre eux.

Q4 Comparer les deux forces en calculant le rapport $\frac{F_e}{F_g}$.

Q5 Conclure : quelle force domine à l'échelle atomique ? Le poids est-il pertinent dans la modélisation des particules élémentaires ?

Données

Les caractéristiques des particules sont :

- Masse du proton : $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
- Masse de l'électron : $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
- Charge élémentaire : $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- Constante de gravitation : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$
- Constante de Coulomb : $k = 8,99 \cdot 10^9 \text{ N.m}^2.\text{C}^{-2}$

B Forces de contact

B-1 Réaction du support

Définition : Réaction du support

La force de contact exercée par un solide sur un système est appelée réaction du support et notée $\vec{R}$. Elle est décomposée comme la somme de deux réactions :

- la réaction normale $\vec{R}_N$ traduit le fait que les solides ne s'interpénètrent pas, **toujours perpendiculaire au support**.
- la réaction tangentielle, force de frottement solide, qui traduit la résistance du support au mouvement du système, **toujours avec la même direction et le sens opposé au mouvement**, noté $\vec{F}_f$.

Dans un cas où les forces de frottements $\vec{F}_f$ sont prises en compte on a :

$$\vec{R} = \vec{F}_f + \vec{R}_N$$

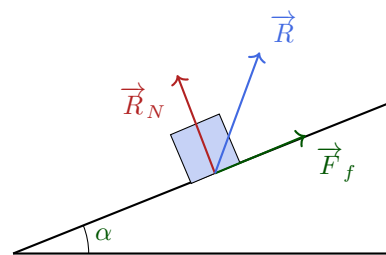


FIGURE 7 – Cube glissant sur un plan incliné

B-2 Tension d'un fil

📖 Définition : Tension d'une corde

La tension est la force exercée par une corde tendue sur un objet auquel elle est attachée. Cette force modélise l'action mécanique de la corde.

Elle est représentée par un vecteur :

$$\vec{T} = T \vec{u}$$

où :

- T est l'intensité (valeur) de la tension (en N) ;
- $\vec{u}$ est un vecteur unitaire dirigé suivant la corde, orienté de l'objet vers le point d'attache de la corde.

La tension est toujours **dirigée le long de la corde** et **vers l'extérieur de l'objet** auquel elle est appliquée.

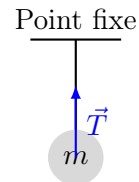


FIGURE 8 – Tension exercée par une corde

III Lois de Newton

A Première loi de Newton

A-1 Principe d'inertie

📖 Définition : Le principe d'inertie

Si un système n'est soumis à **aucune forces** ou si **les forces agissant sur lui se compensent**, alors il est soit **au repos**, soit en **mouvement rectiligne uniforme**.

Mathématiquement cela se traduit par :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

Et donc un **vecteur vitesse constant ou nul** :

$$\vec{v}_G = \vec{v}_0 = \text{cste}$$

A-2 Référentiel Galiléen

🔗 Propriété : Le référentiel Galiléen

Les référentiels dans lesquels le principe d'inertie est respecté sont dits "Galiléen".

💡 Remarque

Les trois référentiels usuels vus au **Chapitre sur le cinématique du point**, soit les référentiels **géocentrique**, **héliocentrique** et **terrestre** sont Galiléen.

Exercice 4 Un vol d'oiseau (★)

Un oiseau plane en mouvement rectiligne uniforme. Considérons deux forces s'exerçant sur lui : son poids et la portance de l'air. L'étude se fait dans le référentiel terrestre et nous négligeons les forces de frottements.

Données

- masse de l'oiseau : $m = 400g$
- Intensité de pesanteur terrestre : $g = 9,81N.kg^{-1}$

Q1 Les forces exercées sur l'oiseau se compensent-elles ? Justifier.

Q2 En déduire une relation entre les valeurs de ces deux forces.

Q3 Calculer la valeur du poids P de l'oiseau.

Q4 En déduire la valeur de la deuxième force.

Q5 Donner les caractéristiques des deux forces s'exerçant sur l'oiseau. Représenter alors la situation par un schéma, sans soucis d'échelle, en modélisant l'oiseau par un point matériel.

B Deuxième loi de Newton**B-1 Principe Fondamental de la Dynamique****Définition : Principe fondamental de la dynamique (PFD)**

Dans un référentiel Galiléen, la masse totale d'un système (m) multipliée par l'accélération de son centre de masse ($\vec{a}$) et la résultante des forces extérieures s'appliquant au système $\Sigma \vec{F}_{ext}$ sont égales.

Mathématiquement :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \times \vec{a}$$

⚠ Attention : Expression vectorielle

Le PFD est une expression vectorielle, il est absolument **interdit** d'en écrire l'égalité scalaire :

$$\Sigma F_{ext} = m \times a$$

Il est nécessaire de faire **une projection des forces sur les vecteurs unitaires du repère**.

💡 Remarque

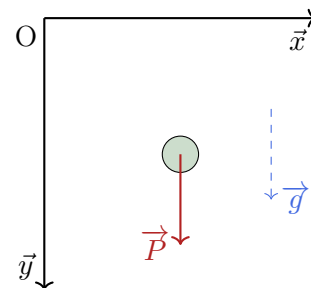
On appelle **Chute Libre**, le modèle dans lequel le système ne subit qu'une seule force extérieure : **le Poids**.

🧠 Exemple

On considère un objet de masse m , lâché sans vitesse initiale, en chute libre dans le champ de pesanteur terrestre. On néglige les frottements de l'air. On étudie le mouvement dans un référentiel terrestre supposé galiléen.

L'objet est soumis uniquement à son poids :

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$$



Application du PFD :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \times \vec{a} \Rightarrow \begin{cases} F_x = 0 = m \times a_x & (\text{pas d'accélération horizontale}) \\ F_y = g = m \times a_y & (\text{accélération constante vers le bas}) \end{cases}$$

B-2 Méthode de résolution

🔧 Méthode : Résoudre un problème de mécanique

Pour résoudre les problèmes de mécanique, il est important d'appliquer **une méthode rigoureuse**.

1. Définir le **système**.
2. Définir le **référentiel**.
3. Faire un **bilan des forces** (lister les forces extérieures au système, leur direction, leur sens ainsi que la formule)
4. Faire un schéma de la situation (représenter le système par un point matériel).
5. Poser le **PFD** (sous forme matricielle), et intégrer jusqu'à obtenir les équations horaires de la position ($x(t)$, $y(t)$, $z(t)$)

Exercice 5 Temps de chute - *SPCL Montpellier* (★)

On étudie dans cet exercice la chute libre d'un objet lâché sans vitesse initiale au-dessus du sol. Son mouvement est repéré sur un axe O_Z orienté vers le bas et dont l'origine coïncide avec la position initiale de l'objet en chute.

Q1 Exploiter la 2ème loi de Newton pour déterminer l'expression de la coordonnée a_z de l'accélération de l'objet.

Q2 En déduire les expressions de $v_Z(t)$ et $z(t)$ (coordonnées de la vitesse et de la position de l'objet étudié).

Q3 On étudie à présent la situation suivante : un enfant lâche un caillou depuis la fenêtre de son appartement, situé à une hauteur $h = 12 \text{ m}$ au-dessus du sol. Si le mouvement de celui-ci satisfait le modèle de la chute libre, exploiter les résultats de la question 2 pour déterminer la durée Δt de la chute, puis la valeur de la vitesse à laquelle il atteint le sol.

Exercice 6 Vol du drone Ingenuity sur Mars - *Bac CEA 2024* (★★)

Le rover Perseverance actuellement en mission sur la planète Mars a embarqué avec lui un autre robot : Ingenuity, un petit drone destiné à voler sur Mars. Les missions d'Ingenuity sont multiples : reconnaissance optique du terrain, étude des communications dans l'atmosphère ténue de Mars et surtout le premier test de vol motorisé sur une autre planète.



FIGURE 9 – Ingenuity NASA/JPL-Caltech, vue d'artiste)

Données

- Masse du drone : $m = 1,8 \text{ kg}$;
- Valeur de l'accélération de la pesanteur terrestre : $g_{\text{Terre}} = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$;
- Valeur de l'accélération de la pesanteur sur Mars : $g_{\text{Mars}} = 3,7 \text{ m.s}^{-2}$

Lors de ses missions, la valeur de la vitesse maximale atteinte par Ingenuity est $v_0 = 6,0 \text{ m.s}^{-1}$ et l'altitude maximale atteinte reste inférieure à 15 m .

La phase la plus délicate du vol du drone est sa fin, le choc avec le sol. La solution retenue pour éviter de détériorer le drone est d'arrêter la propulsion à un mètre au-dessus du sol et de laisser le drone atteindre le sol en chute libre. On considère, le sol de Mars étant sablonneux, que le drone s'arrête brutalement quand il touche le sol, aussi bien dans son mouvement vertical qu'horizontal. Le train d'atterrissage a été conçu pour supporter une certaine vitesse maximale à l'arrivée sur le sol sans détruire l'engin.

Le but de l'exercice est d'étudier le mouvement du centre de masse du drone en chute libre, lors de la dernière phase du vol à partir d'un mètre au-dessus du sol et de déterminer la valeur de la vitesse atteinte lors de l'impact avec le sol, puis de comparer ce mouvement avec celui qui serait réalisé sur Terre dans les mêmes conditions.

On associe au référentiel de la planète Mars un repère d'espace $(O, \vec{i}, \vec{j})$, schématisé sur la figure ci-après.

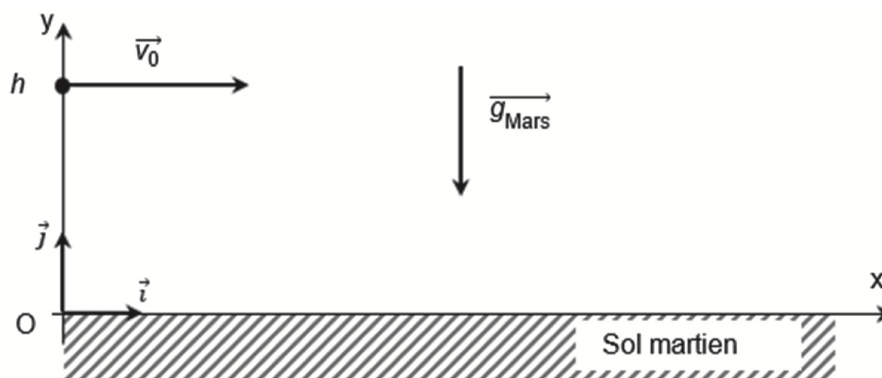


FIGURE 10 – Repère d'espace et conditions initiales du mouvement étudié

On considère que la vitesse du drone au moment de l'arrêt de la propulsion est horizontale et de valeur $v_0 = 6,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Le drone se trouve à cet instant à une altitude notée h .

Q1 Rappeler la définition du modèle de la chute libre.

Q2 Prévoir, sans calcul, lors d'une chute libre sans vitesse initiale et pour une même hauteur initiale, laquelle des situations (sur Terre ou sur Mars) serait la plus contraignante du point de vue de la solidité du train d'atterrissage.

Q3 Après avoir effectué un bilan des forces appliquées au drone dans le cadre du modèle de la chute libre, donner l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ du drone ainsi que les coordonnées de ce vecteur dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ de la figure 9.

On rappelle que la vitesse du drone au moment de l'arrêt de la propulsion (origine des temps $t = 0$) est horizontale et vaut $v_0 = 6,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, et que l'altitude initiale est $h = 1,0 \text{ m}$.

Q4 Déduire de la question précédente les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ au cours du temps. Qualifier le mouvement horizontal du drone avant impact et en déduire la valeur de la vitesse horizontale du drone lorsqu'il touche le sol.

Les équations horaires du mouvement lors de la chute ont pour expressions :

$$x(t) = v_0 \cdot t \quad \text{et} \quad y(t) = -\frac{1}{2} \cdot g_{\text{Mars}} \cdot t^2 + h$$

Q5 Exprimer la date de l'impact t_{impact} à laquelle le drone touche le sol en fonction de h et de g_{Mars} .

Q6 Calculer la valeur de la position horizontale de l'impact du drone sur le sol martien x_{impact} .

**Exercice 7****Traction d'un ascenseur - SPCL Montpellier (★ ★)**

Un habitant d'un immeuble prend l'ascenseur pour changer d'étage. Comme il est curieux, il utilise l'accéléromètre de son smartphone pour représenter graphiquement en fonction du temps son accélération.

On reproduit ci-dessous le graphique obtenu avec a_z qui est la coordonnée verticale du vecteur accélération :

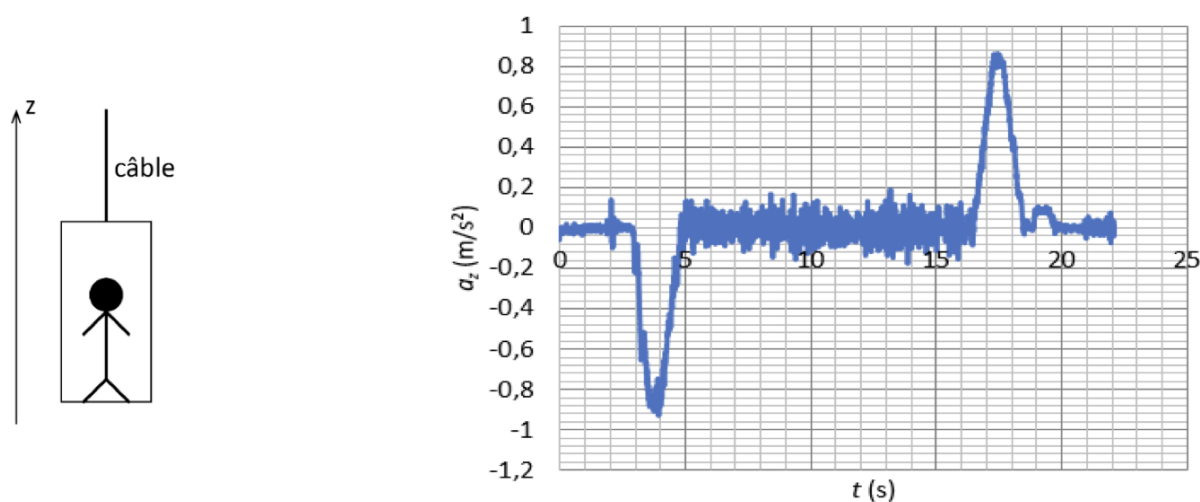


FIGURE 11 – Schéma et graphique de l'ascenseur

Initialement, l'ascenseur est immobile.

Q1 L'utilisateur de cet ascenseur est-il monté ou descendu? Exploiter le graphique-ci-dessus pour répondre.

On étudie le système ascenseur + passager. La masse totale du système vaut 400 kg.

Q2 Faire l'inventaire des forces exercées sur le système et les représenter sur un schéma dans quatre situations :

- l'ascenseur étant immobile;
- au démarrage de l'ascenseur ($t = 4 \text{ s}$);
- lorsque l'ascenseur est à sa vitesse de croisière (de $t = 5 \text{ s}$ à $t = 17 \text{ s}$);
- lorsque l'ascenseur freine ($t = 17 \text{ s}$).

Q3 Exploiter la 2ème loi de Newton pour calculer la valeur maximale de la force (notée $\vec{T}$ exercée par le câble auquel est suspendu l'ascenseur.

⚠ Attention :

Attention aux erreurs de signe !

C Troisième loi de Newton

📖 Définition : Troisième loi de Newton (principe des actions réciproques)

Lorsqu'un corps A exerce une force $\vec{F}_{A/B}$ sur un corps B , alors le corps B exerce simultanément une force $\vec{F}_{B/A}$ sur le corps A , de même direction, de même norme, mais de sens opposé.

Mathématiquement :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$

Ces deux forces constituent ce que l'on appelle une **interaction** : elles sont toujours de même nature (contact, gravitation, électrostatique, etc.), et ne s'exercent jamais sur le même objet.

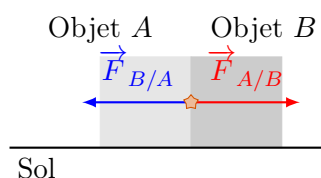


FIGURE 12 – Interaction de contact entre deux objets A et B