

Il est courant de connaître d'abord l'**accélération** d'un objet. En intégrant cette accélération, on obtient la **vitesse**, puis en intégrant à nouveau la vitesse, on déduit les **équations horaires** du mouvement.

1. Intégrales de base des polynômes

Propriété : Intégrales de polynômes

Un polynôme de la forme : at^n possède UNE INFINITÉ de primitive, tel que :
Pour tout réel $n \neq -1$:

$$F(t) = \frac{at^{n+1}}{n+1} + C$$

Avec C une constante qui peut prendre n'importe quelle valeur ! Toute la difficulté consiste à trouver LA constante C de notre problème.

2. Trouver LA primitive

Propriété : Une valeur unique de C

En physique, on cherchera la primitive qui correspond aux données spécifiques, parmi une infinité de solutions possibles. Il est donc nécessaire de déterminer la valeur de la constante d'intégration. Pour ce faire, on utilise une condition précise donnée dans l'énoncé, généralement à un instant particulier (souvent initial, quand $t = 0$), afin de calculer cette constante inconnue.

Exercice 1 Maths de base (★)

Retrouver LA primitive :

- $f(t) = 4$ et $F(t = 0) = 8$
- $f(t) = 8t$ et $F(t = 0) = 7$
- $f(t) = 5t - 4$ et $F(t = 0) = 0$

Exercice 2 Application à la physique - cas n°1 (★)

Une voiture possède une accélération horizontale constante valant 2 m.s^{-2} . Elle n'a pas d'accélération verticale. Elle démarre sa course arrêtée au temps $t = 0 \text{ s}$.

Q1 Intégrer pour trouver l'expression (la formule) de la vitesse horizontale de la voiture.

Q2 Quelle est la valeur de la vitesse de la voiture au temps $t = 5s$?

Q3 Au bout de combien de temps la voiture atteint la vitesse de 100 km/h ?

Exercice 3 Application à la physique - cas n°2 (★)

Un nuage est situé à une altitude de 1000 m . Une goutte d'eau de pluie tombe à l'instant $t = 0$, sans vitesse initiale. Son accélération est constante et vaut $9,8 \text{ m.s}^{-2}$. On ne considère que le mouvement vertical de la goutte suivant un axe y orienté vers le bas.

Q1 Montrer que la vitesse de la goutte s'exprime :

$$v_y(t) = 9,8t$$

Q2 Donner l'expression de l'équation horaire $y(t)$ de la goutte. Au bout de combien de temps la goutte d'eau touche-t-elle le sol ?

Exercice 4 Application à la physique - cas n°3 (★ ★)

Un chasseur mesurant $H_0 = 2 \text{ m}$ tire à l'horizontal avec son fusil une balle. La balle est propulsée à une vitesse $v_0 = 200 \text{ m.s}^{-1}$ suivant l'axe x . Elle subit à cause de la gravité une accélération constante uniquement verticale de valeur $a_y = -9,82 \text{ m.s}^{-2}$.

Q1 Donner l'expression de l'accélération de la balle (suivant l'axe x (notée a_x) et suivant l'axe y notée (a_y)).

Q2 Montrer que les équations horaires de la balle sont données par :

$$x(t) = 200t \quad y(t) = -4,91t^2 + 2$$

Q3 Au bout de quel temps t la balle touche-t-elle le sol ?

Q4 Quelle distance la balle a-t-elle parcouru ?

Exercice 5 Lanceur de poids (★ ★ ★)

Un lanceur de poids paralympique projette sa boule de centre M et de masse $m = 7,26 \text{ kg}$ avec une vitesse initiale $v_i = 10,7 \text{ m.s}^{-1}$ sous un angle de 37° par rapport à l'horizontale. La boule est lâchée à une hauteur initiale de $2,1 \text{ m}$ au-dessus du sol. La seule accélération que subit la boule est verticale et vaut $a_y = -9,82 \text{ m.s}^{-2}$.

Q1 Exprimer l'accélération $\vec{a}$ de la boule.

Q2 Donner les coordonnées des vecteurs $\vec{v}_i$ et $\vec{OM}$ correspondant aux conditions initiales.

Q3 En déduire l'expression du vecteur $\vec{v}(t)$.

Q4 En déduire l'expression des équations horaires $x(t)$ et $y(t)$.

Q5 Où se trouve la boule, $0,5 \text{ s}$ après l'éjection ?

