

RÉSOLUTION D'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE

Cours

v1.0

Lycée de Cachan – 63 Avenue du Président Wilson 94230 Cachan - Académie de Créteil

Définition : Équation différentielle

Une **équation différentielle** est une équation qui relie une **fonction inconnue** à ses dérivées.
Par exemple :

$$f'(x) = a \cdot f(x) + b \quad \text{ou, en physique :} \quad \frac{dx}{dt} = a \cdot x + b$$

Propriété : Équation différentielle du premier ordre

Une équation différentielle du premier ordre relie une fonction inconnue $x(t)$ à sa dérivée première $\frac{dx}{dt}$. En Terminale, on étudie principalement les équations de la forme :

$$\frac{dx}{dt} = a \cdot x + b$$

Methode : Résolution d'une équation différentielle du premier ordre

1. Résoudre $\frac{dx}{dt} = 0$ pour trouver la solution particulière x_p .
2. Résoudre $\frac{dx}{dt} = a \cdot x$ pour trouver la solution homogène $x_h = C \cdot e^{-at}$.
3. La solution générale est $x(t) = x_h + x_p$.
4. Utiliser les conditions initiales pour déterminer la constante C .

Démonstration : Forme de la solution homogène associée

**Exercice 1****Résoudre les équations différentielles (★ ★)**

Résoudre les équations différentielles suivantes :

1. $\frac{dx}{dt} = 3x + 2$ avec $x(0) = 1$

2. $\frac{dy}{dt} = -2y + 5$ avec $y(0) = 0$

3. $\frac{dx}{dt} = 7x + \frac{3}{4}$ avec $x(0) = -2$

4. $\frac{dy}{dt} = -14y$ avec $y(0) = 12$