

Les pièces mystérieuses : enquête économique et scientifique

TP

Problème ouvert : "Le trésor caché des pièces de monnaie"

Imaginez qu'un économiste vous embauche pour résoudre un mystère : il suspecte que les pièces de monnaie ne sont pas fabriquées uniquement à partir des matériaux qu'elles prétendent contenir. Et avec le prix du cuivre qui flambe, cela pourrait avoir des répercussions économiques majeures.

 Objectif

Votre mission, si vous l'acceptez, est d'identifier les matériaux utilisés dans les pièces de 5 centimes, tout en calculant leur masse volumique et en évaluant leur coût.

Analyse de la masse volumique d'un métal pur

- Q1** Mesurez les dimensions et la masse d'un échantillon de cuivre pur.
- Q2** Calculez sa masse volumique ρ_{Cu} .
- Q3** Comparez cette valeur mesurée avec la valeur théorique du cuivre ($8,96 \text{ g/cm}^3$) en calculant l'écart relatif.
- Q4** Commentez la précision de votre mesure.

Partie 2 : Analyse des pièces de monnaie

- Q5** Proposez un protocole expérimental pour mesurer la masse volumique $\rho_{pièce}$ d'une pièce de 5 centimes. Pensez aux outils disponibles et aux moyens de mesurer un volume irrégulier.
- Q6** Mettez en œuvre votre protocole (après validation par le professeur), notez vos données et calculez $\rho_{pièce}$.
- Q7** La pièce est-elle constituée uniquement de cuivre ? Justifiez votre réponse.
- Q8** En utilisant les masses volumiques des métaux courants, identifiez le second métal présent dans la pièce.

Partie 3 : Coût économique

- Q9** Calculez le coût matière d'une pièce de 5 centimes en 2022 en considérant les prix moyens des métaux sur le marché.

Annexe Données

- La masse volumique $\rho = \frac{m}{V}$, où m est la masse (en g) et V le volume (en cm^3).
- Écart relatif = $\frac{|\rho_{mesure} - \rho_{theorique}|}{\rho_{theorique}} \times 100 \%$

Métal	Masse volumique (g/cm^3)	Prix moyen (€/kg)
Cuivre (Cu)	8,96	8,4
Fer (Fe)	7,87	0,5
Zinc (Zn)	7,14	3,00
Aluminium (Al)	2,70	2,0

Table 1 – Masses volumiques de quelques métaux.

Existence de différentes structures cristallines

TP

 Application

Ouvrir l'application de simulation MinUSc, disponible en ligne à l'adresse :
<https://libmol.org/minusc/>

 Formule

— Formule de la compacité :

$$C = \frac{Z \times V_{\text{atomes}}}{V_{\text{maille}}}$$

— Formule d'une sphère :

$$V_{\text{atome}} = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$$

— Formule de la masse volumique :

$$\rho = \frac{Z \cdot M}{a^3 \cdot N_A},$$

 Données

Élément	Masse molaire (g/mol)	Rayon atomique (pm)	Rayon ionique (pm)
Fer (Fe)	55.85	126	-
Argent (Ag)	107.87	144	-
Chlore (Cl)	35.45	-	181
Césium (Cs)	132.91	-	?

Table 1 – Propriétés physiques de quelques éléments

Le nombre d'Avogadro est donné par :

$$N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

I Cristaux métalliques**A** Cristal de fer α Protocole

Démarrer MinUSc.

- Dans l'onglet Fichier, rechercher Fer. L'application propose une représentation 3D du cristal.
- Pour une meilleure visibilité, dans l'onglet Commandes :
 - Afficher atomes Sphères 20%
 - Afficher liaisons Fil de fer

Q1 Représenter en deux dimension la maille du cristal.

Q2 A quel réseau cela correspond-t-il ?

Q3 Quelle est la population des atomes de Fer (noté Z_{fer}) ?

- Q4** Mesurer les distances entre atomes (double-cliquer sur les atomes concernés pour commencer et finir la mesure). Noter ces distances sur le schéma en deux dimensions.
- Q5** En déduire le paramètre de maille qui correspond à la longueur de l'arrête du cube.
- Q6** En représentant les atomes à leur taille réelle (Onglet Commandes → Afficher atomes → Sphères), déterminer les contacts possibles entre atomes.
- Q7** Déterminer la compacité du cristal de fer.
- Q8** Calculer la masse volumique du cristal de fer.

B Cristal d'argent

Protocole

Dans l'onglet Fichier, rechercher Argent. L'application propose une représentation 3D du cristal.

- Pour une meilleure visibilité, dans l'onglet Commandes :

- Afficher atomes Sphères 20%
- Afficher liaisons Fil de fer

- Q9** Représenter en deux dimension la maille du cristal.
- Q10** A quel réseau cela correspond-t-il ?
- Q11** Quelle est la population des atomes d'argent (noté Z_{argent}) ?
- Q12** Mesurer les distances entre atomes (double-cliquer sur les atomes concernés pour commencer et finir la mesure). Noter ces distances sur le schéma en deux dimensions.
- Q13** En déduire le paramètre de maille qui correspond à la longueur de l'arrête du cube.
- Q14** En représentant les atomes à leur taille réelle (Onglet Commandes → Afficher atomes → Sphères), déterminer les contacts possibles entre atomes.
- Q15** Déterminer la compacité du cristal d'argent.
- Q16** Calculer la masse volumique du cristal d'argent.

II Cristal ionique - Chlorure de Césium

Rappel

Les cristaux ioniques sont formés par un assemblage d'ions de charges opposées. La cohésion de ces cristaux résulte de l'attraction électrostatique entre ions de charges opposées et de répulsions à courtes distances entre les nuages électroniques de ces ions. Dans un cristal ionique idéal, les distances interioniques observées entre cation et anion sont la somme de leurs rayons ioniques respectifs.

Attention !

Il faut inverser les rôles joués par les ions donnés par la simulation. En effet, les anions Cl^- sont plus gros que les cations Cs^+ !

Sur la représentation proposée, on considèrera donc que les anions Cl^- sont représentés en violet et les cations Cs^+ en vert.

- Q17** Représenter en deux dimension la maille du cristal.
- Q18** A quel réseau cela correspond-t-il ?
- Q19** Quelle est la population des atomes de Césium ? (noté Z_{Cs}) ?

Q20 Quelle est la population des atomes de Chlore? (noté Z_{Cl})?

Q21 Mesurer les distances entre les atomes Cl-Cs et Cl-Cl (double-cliquer sur les atomes concernés pour commencer et finir la mesure). Noter ces distances sur le schéma en deux dimensions.

Q22 En déduire le paramètre de maille qui correspond à la longueur de l'arrête du cube.

Q23 Déterminer les contacts possibles entre ions.

Q24 Déduire de la position des ions en contact la valeur du rayon d'un ion césium dans le cristal.

Q25 En réalité, le rayon de l'ion césium vaut 169 pm. En déduire la valeur du paramètre de maille dans ces conditions. Peut-on considérer le chlorure de césium comme un cristal ionique idéal?