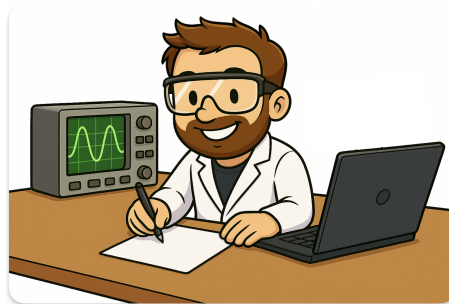


TRANSMISSION SUR FRÉQUENCES PORTEUSES



Compétences visées:

- Connaître l'action d'un multiplieur et son effet sur le spectre en sortie (transposition en fréquence).
- Savoir reconnaître un type de modulation numérique à partir d'un chronogramme, d'un diagramme de constellation : Amplitude Shift Keying (ASK), Phase-Shift Keying (PSK), modulation d'amplitude en quadrature (QAM), Frequency-Shift Keying (FSK), Gaussian Minimum-Shift Keying (GMSK) et toute autre modulation présente dans un système étudié.
- Identifier les caractéristiques des modulations sur fréquence porteuse utilisées dans des transmissions usuelles en espace libre (WIFI, Bluetooth, Lora, etc.) ou sur des bus de communication (standard Homeplug, KNX, etc.)
- Savoir exploiter la densité spectrale de puissance (DSP) (débit de symbole, débit binaire, encombrement spectral, efficacité spectrale, modulant filtré ou non) d'un signal modulé pour une modulation simple ou multi-porteuses.
- Connaître et savoir exploiter le diagramme de constellation d'une modulation numérique.

Table des matières

I	Généralités sur la modulation	3
A	Les signaux sources	3
B	Un point vocabulaire	3
C	Formulaire mathématique	4
II	Modulation d'Amplitude	4
A	Le multiplieur	4
B	Modulation à porteuse supprimée (MAPS)	4
B-1	Transposition de fréquence	4
B-2	Expression mathématique du signal modulé (HP)	5
C	Modulation à porteuse conservée (MAPC)	5
C-1	Transposition de fréquence	6
C-2	Expression mathématique du signal modulé (HP)	6
III	Modulation numérique	7
A	Données numériques, représentations et mesures	7
A-1	Concepts clefs	7
A-2	Représentation d'un signal numérique	8
A-3	Diagramme de constellation	8
A-4	Mesures principales	8
B	Modulation par déplacement d'amplitude ASK	9
B-1	OOK : On Off Keying	9
B-2	M-ASK	10
C	Modulation par déplacement de phase : PSK	12
C-1	Cas du BPSK (Binary Phase Shift Keying)	13
C-2	Cas du 4-PSK	14
C-3	Cas de la QPSK (Quadrature Phase Shift Keying)	16
D	Modulation par déplacement de fréquence FSK	17
D-1	Cas de la FSK (Frequency Shift Keying)	17
E	Modulation par déplacement de phase et d'amplitude : QAM	18

I Généralités sur la modulation

A Les signaux sources

Propriété : Des signaux sources à basse fréquence

Les signaux avec lesquels nous communiquons sont des signaux à **basse fréquence**.

Avantages des signaux basse fréquence	Inconvénients des signaux basse fréquence
<ul style="list-style-type: none"> • Très adaptés à des phénomènes lents ou naturels : <ul style="list-style-type: none"> ◊ Sons audibles : 20 Hz – 20 kHz ◊ Signaux ECG : 0,5 Hz – 100 Hz ◊ Vibrations sismiques ou structurelles : < 100 Hz ◊ Données de capteurs à variation lente • Moins atténués par certains milieux (bonnes propriétés de pénétration, selon l'application) 	<ul style="list-style-type: none"> • Portée réduite : les basses fréquences se propagent moins bien dans certaines conditions • Taille des antennes : très grandes à cause de la longueur d'onde élevée ($\lambda = \frac{c}{f}$) • Sensibilité au bruit : plus sujettes aux interférences et au bruit ambiant

TABLE 1 – Avantages et inconvénients des signaux en basse fréquence

B Un point vocabulaire

Définition : Modulation

La **modulation** d'un signal est le procédé consistant à faire varier une ou plusieurs caractéristiques d'une **porteuse** en fonction d'un signal **modulant**, afin de transmettre ce dernier sur un canal de communication.

Remarque

- Le signal **modulant** est le signal basse fréquence contenant le message que nous souhaitons faire passer.
- Le signal **porteur** est le signal haute fréquence que nous utilisons pour le transporter.

Propriété : Signal modulant, porteur et modulé

Au bilan, nous voulons transmettre le signal **modulant**, à l'aide d'un signal **porteur**, cette association donne naissance au signal **modulé**.

C Formulaire mathématique

🔗 Propriété : Propriétés trigonométriques utiles

Le produit de deux cosinus s'exprime comme une somme :

$$\cos(a) \cdot \cos(b) = \frac{1}{2} [\cos(a - b) + \cos(a + b)]$$

II Modulation d'Amplitude

A Le multiplieur

📖 Définition : Généralités sur le multiplieur

Le **multiplieur** est un composant électronique active qui réalise le **produit instantané de deux signaux analogiques**.

Si les deux signaux d'entrée sont notés $m(t)$ et $p(t)$, alors la sortie est donnée par :

$$s(t) = k \cdot m(t) \times p(t)$$

où k est un **coefficient de proportionnalité** (ou facteur d'échelle), propre au multiplieur utilisé.

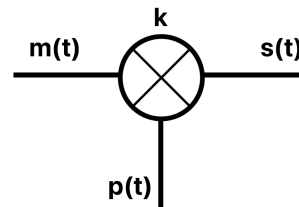


FIGURE 1 – Symbole du multiplieur

B Modulation à porteuse supprimée (MAPS)

B-1 Transposition de fréquence

🕒 Rappel

Spectre d'un signal sinusoïdal On rappelle qu'un **signal sinusoïdal** possède un **spectre en fréquence composé d'une seule raie**, dont l'abscisse correspond à **sa fréquence propre**.

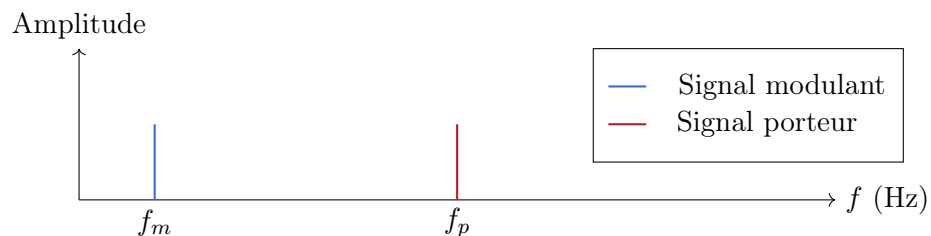


FIGURE 2 – Spectres du **modulant** (bleu) et de la **porteuse** (rouge)

Propriété : Transposition des fréquences lors de la modulation

En **multipliant le signal modulant par le signal porteur**, on observe une **transposition spectrale** : le spectre du signal résultant est déplacé autour de la fréquence porteuse f_p .

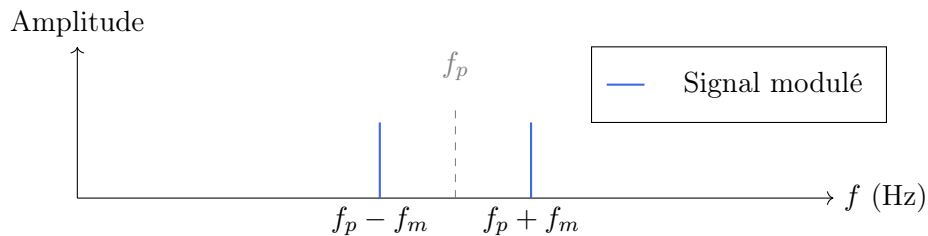


FIGURE 3 – Spectre du **signal modulé** : transposition autour de f_p

On observe que les deux raies sont toujours présentes, mais elles sont désormais **centrées autour de la porteuse f_p** .

Remarque

On appelle cette modulation la **Modulation à Porteuse Supprimée (MAPS)**, car la fréquence porteuse **n'apparaît pas dans le spectre du signal modulé**.

B-2 Expression mathématique du signal modulé (HP)

Démonstration : Hors programme

On considère :

- Le signal modulant : $m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$
- Le signal porteur : $p(t) = A_p \cos(2\pi f_p t)$

Le signal modulé est obtenu par multiplication :

$$s(t) = k \cdot m(t) \cdot p(t) = k \cdot A_m \cos(2\pi f_m t) \cdot A_p \cos(2\pi f_p t)$$

D'après I/C :

$$s(t) = \frac{k \cdot A_m \cdot A_p}{2} [\cos(2\pi(f_p - f_m)t) + \cos(2\pi(f_p + f_m)t)]$$

Le spectre de $s(t)$ est donc constitué de **deux raies spectrales** :

- Une à la fréquence $f_p - f_m$
- Une à la fréquence $f_p + f_m$

C Modulation à porteuse conservée (MAPC)

C-1 Transposition de fréquence

🔗 Propriété : Spectre d'un signal modulé à porteuse conservée

Dans une **modulation à porteuse conservée (MAPC)**, on ajoute la porteuse $p(t)$ au signal modulé. Le spectre contient donc :

- deux raies symétriques issues du produit $m(t) \cdot p(t)$,
- une raie supplémentaire correspondant à la **porteuse conservée** (à f_p).

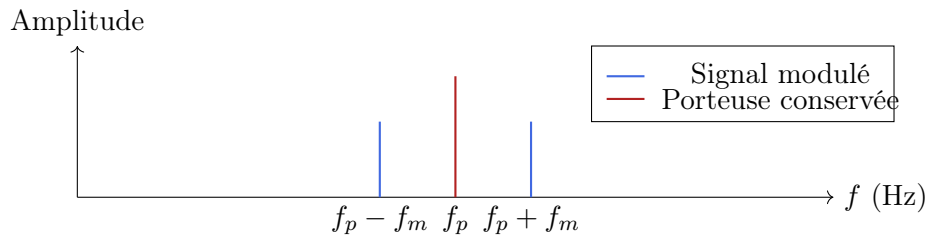


FIGURE 4 – Spectre du **signal modulé MAPC** : raies autour de f_p et raie centrale

C-2 Expression mathématique du signal modulé (HP)

✎ Démonstration : Hors programme

On considère :

- Le signal modulant : $m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$
- Le signal porteur comporte un offset : $A_p \cos(2\pi f_p t) + A$

Donc :

$$s(t) = k \times m(t) \times p(t) = A_m \cos(2\pi f_m t) \times [A_p \cos(2\pi f_p t) + A]$$

On développe le produit :

$$s(t) = k \times A \times A_m \cos(2\pi f_p t) + A_m \times A_p \cos(2\pi f_m t) \times \cos(2\pi f_p t)$$

D'où :


$$s(t) = k \times A \times A_m \cos(2\pi f_p t) + \frac{A_m}{2} [\cos(2\pi(f_p - f_m)t) + \cos(2\pi(f_p + f_m)t)]$$

Le spectre de $s(t)$ contient donc :

- une raie à la fréquence f_p (porteuse)
- une raie à la fréquence $f_p - f_m$
- une raie à la fréquence $f_p + f_m$

💡 Remarque

On appelle **Modulation à Porteuse Conservée** car la fréquence porteuse reste dans le spectre du signal.

 **Exercice 1** Tout ce qui est exigible en MAPC/MAPS (★ ★)

Soit le spectre en fréquence ci-dessous :

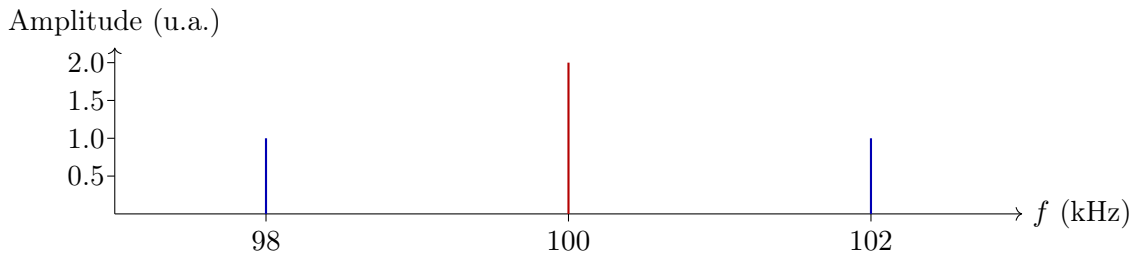


FIGURE 5 – Spectre du **signal MAPC**

- Q1** Quel type de modulation est utilisé ?
- Q2** Déterminer la fréquence de la porteuse.
- Q3** Déterminer la fréquence du signal information ou utile ou modulant.
- Q4** Déterminer la largeur du canal permettant de transmettre le signal modulé.
- Q5** Déterminer les amplitudes de la porteuse et des raies latérales.

III Modulation numérique

A Données numériques, représentations et mesures

A-1 Concepts clefs

Rappel

Dans le numérique, nous utilisons comme unité élémentaire d'information, le **bit**. Il peut prendre deux valeurs distinctes, généralement notées 0 ou 1.

Définition : Symbole

Il s'agit d'un **groupe de bits** transmis en une seule unité. On appelle **valence**, le nombre de bits par symbole.

Exemple

Un octet est un symbole dont la valence vaut 8.

A-2 Représentation d'un signal numérique

Propriété : Signal numérique

Soit le signal numérique composé d'un octet, **10110011**, il se représente alors :

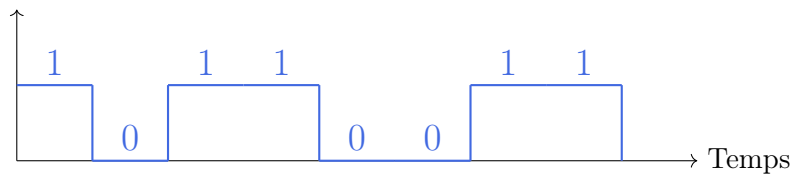


FIGURE 6 – Représentation d'un octet

A-3 Diagramme de constellation

Rappel

Tout signal sinusoïdal peut s'exprimer dans la forme :

$$s(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

On peut également le mettre sous une forme complexe :

$$\underline{s(t)} = \underline{A} e^{j\phi}$$

Propriété : Représentation graphique d'un nombre complexe

On peut chaque signal sinusoïdal dans un plan complexe :

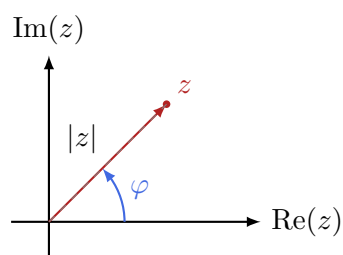


FIGURE 7 – Représentation dans le plan complexe d'un signal

A-4 Mesures principales

Définition : Débit binaire

On appelle **débit binaire** le nombre de bits par seconde.

📖 Définition : Débit symbolique (bauds)

On appelle **débit symboliques (ou bauds)** le nombre de symboles par seconde.

🔗 Propriété : Lien entre débit binaire et bauds

Etant donné qu'un symbole est composé de n bits, alors le débit binaire équivaut à n fois le débit symbolique :

$$\text{Débit binaire} = \text{Débit symbolique} \times n$$

📖 Définition : Efficacité spectrale

On appelle **efficacité spectrale** le nombre de bits transmis par unité de fréquence :

$$\text{Efficacité spectrale} = \frac{\text{Débit binaire}}{\text{Bande passante}}$$

✍ Exercice 2 Généralités sur la modulation numérique (★)

Nous voulons transmettre un signal modulé ASK avec une efficacité (facteur 2).
Ce signal occupe un encombrement spectral de bande $B = 200$ kHz.

- Q1** Quel est n le nombre de bits par symbole.
Q2 Calculer la durée d'un bit T_b pour un temps symbole $T_s = 0,5$ ms.
Q3 Calculer le débit binaire D .
Q4 Calculer l'efficacité spectrale E_s en bits/sec/Hz.

B Modulation par déplacement d'amplitude ASK

B-1 OOK : On Off Keying

📖 Définition : OOK

Une modulation numérique OOK, correspond à une 2-ASK. Il y aura **1 seul bit par symbole**.

- A l'état 0, l'amplitude du signal sera nulle,
- A l'état 1, le signal sera le signal porteur normal

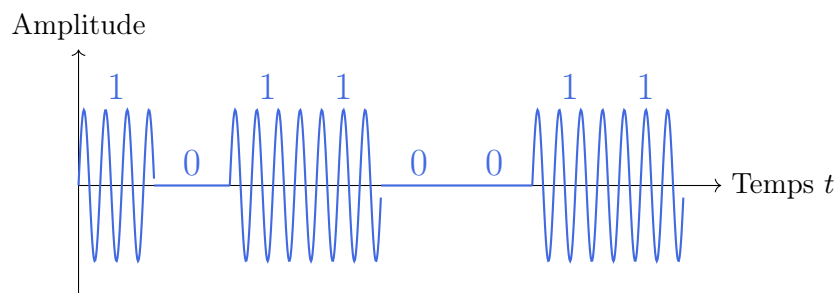


FIGURE 8 – Représentation d'un octet en modulation OOK

Propriété : OOK dans le plan complexe

Dans un signal OOK, si l'amplitude est nulle, (à l'état bas) alors on peut placer un point à l'origine du plan complexe. Sinon, nous avons le signal porteur initial inchangé, donc de la forme : $s(t) = A_p \cos(\omega t + \phi)$, qui se trouve donc sur l'axe des réels.

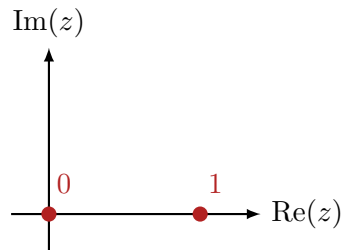


FIGURE 9 – Représentation dans le plan complexe d'un signal OOK

Exercice 3 Modulation OOK (★)

Nous voulons transmettre les bits suivants : **0111001101** en modulation OOK.

Q1 Dessiner les bits transmis (considérés 0V et 5V pour les amplitudes), et calculer le débit binaire D pour un temps bit $T_b = 1$ ms.

Q2 Dessiner le signal OOK correspondant au mot binaire **0111001101**, en considérant une porteuse de fréquence rapide.

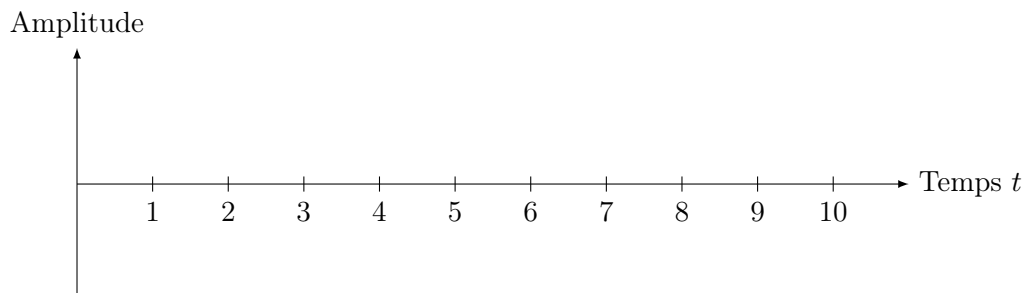


FIGURE 10 – Graphe à compléter

B-2 M-ASK

Définition : Modulation M-ASK

La modulation M-ASK, correspond à une modulation d'amplitude, dans laquelle :

$$M = 2^n$$

Avec n le nombre de bits par symbole.

Propriété : 4-ASK dans le plan complexe

Dans un signal 4-ASK, l'amplitude peut prendre 4 valeurs différentes car il existe 4 paires de bits possibles : 00, 01, 10, 11. Étant donné que seule l'amplitude change, alors on reste sur l'axe horizontal.

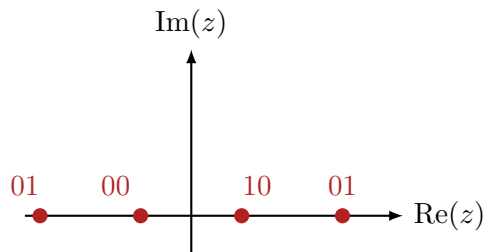


FIGURE 11 – Représentation dans le plan complexe d'un signal 4-ASK

Exemple

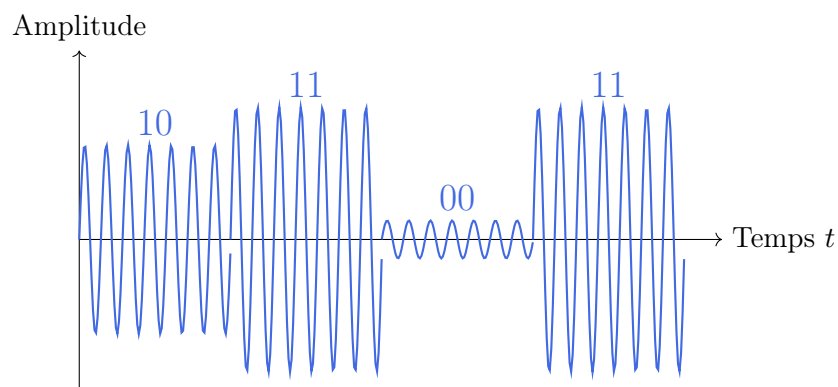


FIGURE 12 – Signal 4-ASK correspondant au mot binaire **10110011**

⚠ Attention : Influence de n

En signal 4-ASK, il faut grouper le mot binaire en comptant les bits deux par deux !

💡 Remarque

La modulation ASK sert à transmettre **des données numériques** sur des **canaux analogiques** en utilisant l'amplitude d'un signal sinusoïdal. Elle est **simple, économique, mais peu robuste face aux interférences**.

Exercice 4 Diagramme de constellation et chronogrammes (★★)

Voici un diagramme de constellation :

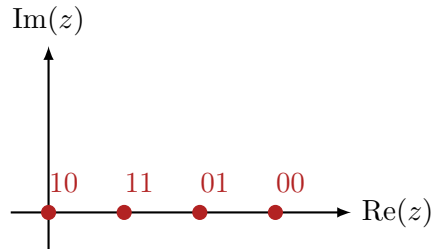


FIGURE 13 – Diagramme de constellation

- Q1** De quel type de modulation s'agit-il ?
Q2 Quel est le débit de symboles (rapidité) noté R sachant que le débit binaire est de 10 kbit/s ?
Q3 Calculer la durée d'un symbole notée T_s , combien y a-t-il de périodes par symbole ?
Q4 Dessiner la forme du signal modulé pour les séries de bits suivants.

111111, 000000, 101010, 010101, 011001.

La fréquence de la porteuse vaut 40 kHz et l'amplitude maximale vaut 3V.

C Modulation par déplacement de phase : PSK

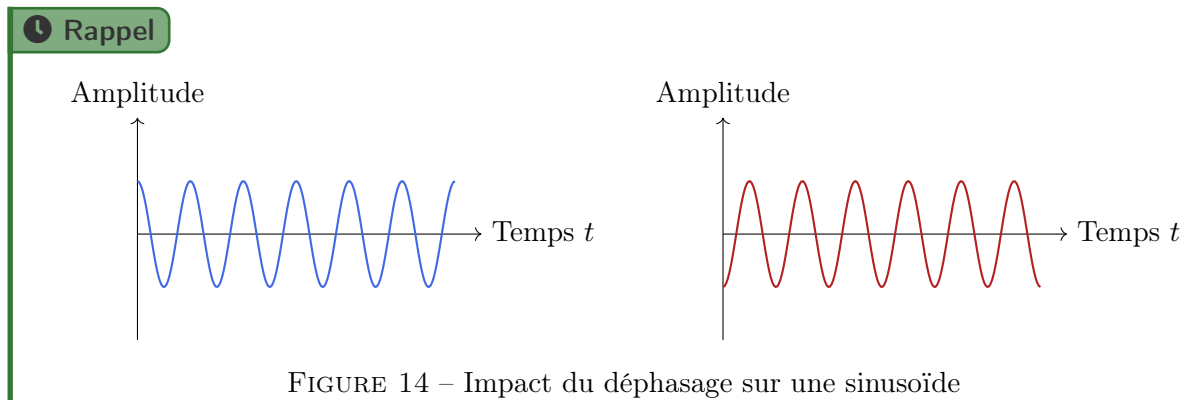
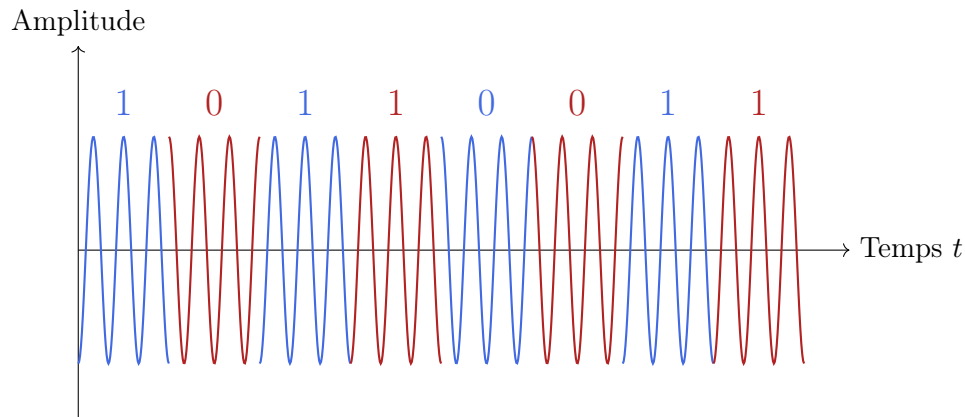


FIGURE 14 – Impact du déphasage sur une sinusoïde

C-1 Cas du BPSK (Binary Phase Shift Keying)

📖 Définition : BPSK

La BPSK est une M-PSK codée avec 1 bit par symbole. Il n'y a alors que deux états possibles, l'état haut (1) et l'état bas (0). Cela correspond soit à une phase de 0, soit une phase de π .



✎ Exercice 5 Modulation BPSK et OOK (★ ★)

Nous voulons transmettre les bits suivants : 0111001101.

Q1 Dessiner :

- Les bits transmis
- Le signal avec une modulation OOK
- Le signal avec une modulation différentielle BPSK
- Les constellations correspondantes aux modulations OOK et BPSK

🔗 Propriété : Diagramme de constellation d'une B-PSK

Dans un signal en B-PSK, il y a inversion de phase à chaque changement de bits (de 0 à 1 ou de 1 à 0).

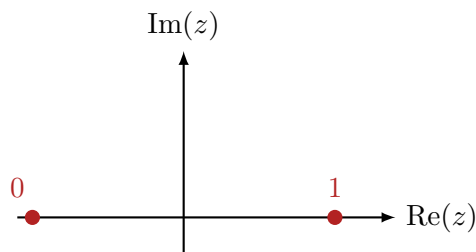


FIGURE 15 – Diagramme de constellation B-PSK

On remarque que les deux possibilités proposent une amplitude égale.

C-2 Cas du 4-PSK

Définition : 4-PSK

La 4-PSK est une M-PSK codée avec 2 bits par symbole. Cela signifie qu'on encode 2 bits à la fois, avec 4 états de phase possibles :

- 00 → phase 0
- 01 → phase $\frac{\pi}{2}$
- 11 → phase π
- 10 → phase $\frac{3\pi}{2}$

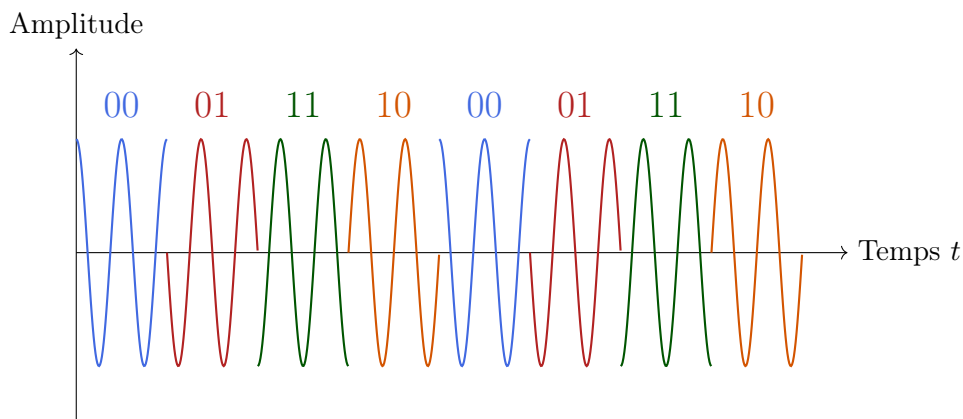


FIGURE 16 – Chronogramme d'une 4-PSK

Propriété : Diagramme de constellation d'une 4-PSK

La QPSK dispose de 4 états de phase équidistants, séparés de $\frac{\pi}{2}$ radians (90°). Chaque état représente un couple de bits.

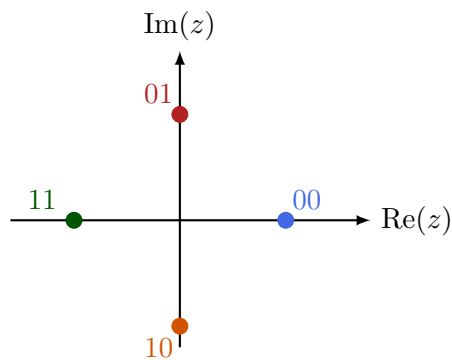


FIGURE 17 – Diagramme de constellation d'une 4-PSK

Exercice 6 Modulation 8-PSK (★★)

Nous voulons transmettre un signal modulé 8-PSK avec un temps symbole T_s de 0,3 ms.

- Q1** Calculer la rapidité de modulation R en Baud.
- Q2** Calculer le débit binaire D .
- Q3** Calculer l'encombrement spectral B occupé par le signal modulé ayant une efficacité spectrale $E_s = 2$ bits/sec/Hz.
- Q4** Que devrait être la bande passante du canal de transmission pour transmettre le signal modulé ?

Exercice 7 Le DVB-S2 (★★)

Le DVB-S2 est un standard de transmission du contenu multimédia par satellite. Le DVB-S2 adopte une constellation adaptative qui évolue en fonction des conditions de propagation :

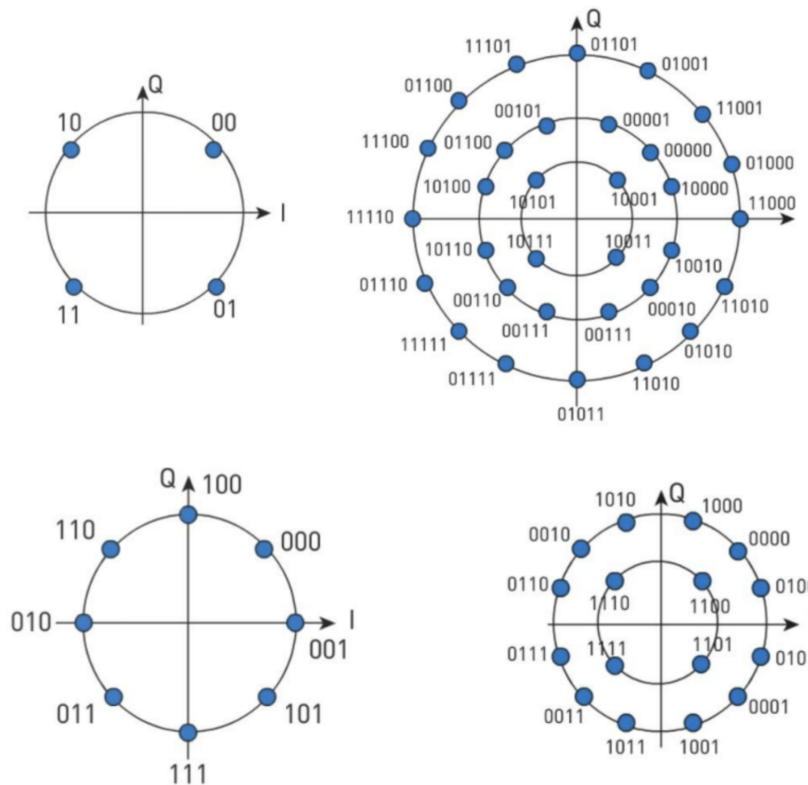


FIGURE 18 – Constellations adaptatives - Nathan BTS SN₂

- Q1** Repérer clairement les constellations QPSK, 8PSK, 16APSK et 32APSK.
- Q2** Le débit de symboles ($R = 30\text{Mbaud}$) étant constant pour toutes les modulations, déterminer dans chaque cas le débit binaire D en bits par secondes.

C-3 Cas de la QPSK (Quadrature Phase Shift Keying)

Définition : QPSK

La QPSK est une M-PSK codée avec 2 bits par symbole, tout comme la 4-PSK. Cependant, la différence réside dans le choix des phases : ici, les 4 états de phase sont déphasés par rapport à ceux de la 4-PSK standard. Typiquement, on choisit les phases suivantes :

- 00 → phase 135°
- 01 → phase 225°
- 11 → phase 315°
- 10 → phase 45°

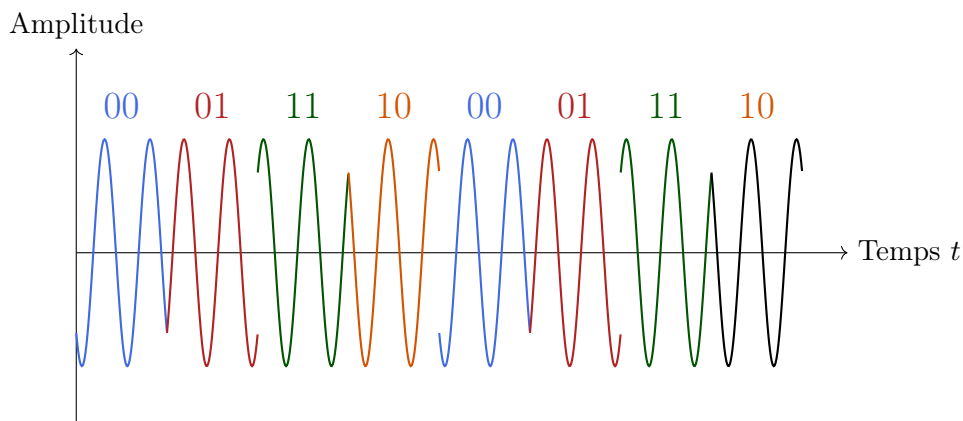


FIGURE 19 – Chronogramme d'une QPSK

Propriété : Diagramme de constellation d'une QPSK

La QPSK présente également 4 états de phase équidistants, mais ceux-ci sont centrés autour de la diagonale pour réduire le chevauchement en présence de bruit.

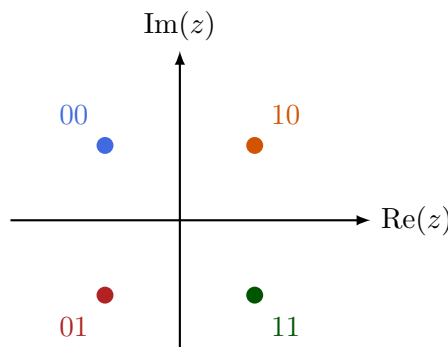


FIGURE 20 – Diagramme de constellation d'une QPSK

Les points sont répartis tous les $\frac{\pi}{2}$ mais décalés d'un angle initial de 45°.

Exercice 8 Modulation PSK variées (★ ★)

Nous voulons transmettre les bits suivants : 0101101001.

Q1 Dessiner :

- Les bits transmis
- Le signal avec une modulation BPSK
- Le signal modulé 4-PSK
- Les constellations correspondantes à ces modulations

D Modulation par déplacement de fréquence FSK**D-1 Cas de la FSK (Frequency Shift Keying)****Définition : FSK**

La modulation FSK repose sur une variation **de la fréquence** en fonction des bits transmis. Dans le cas de la **2-FSK**, on associe :

- Bit **0** → fréquence f_1
- Bit **1** → fréquence f_2

L'amplitude et la phase restent constantes. On obtient un signal dont la fréquence saute en fonction de l'information binaire.

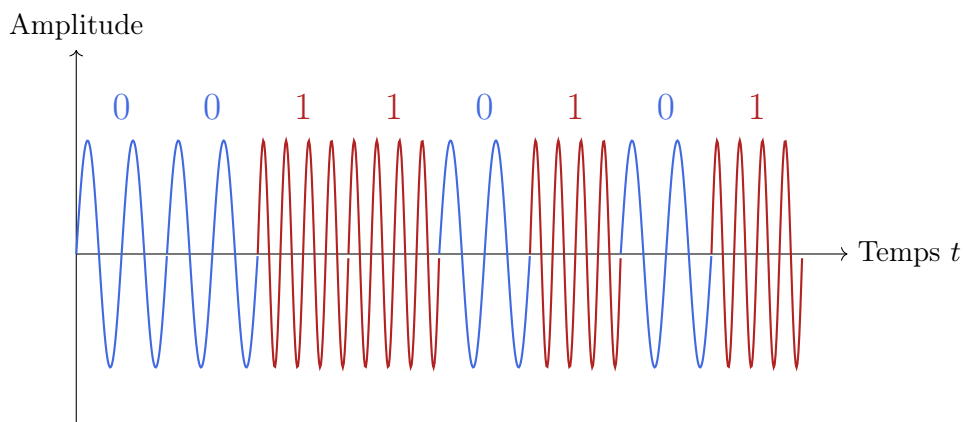


FIGURE 21 – Chronogramme d'une FSK

Propriété : Diagramme de "constellation" en FSK

Contrairement à la PSK ou à la ASK, la FSK n'utilise pas la phase, ni l'amplitude mais la **fréquence** comme paramètre discriminant. Le signal ne se représente donc pas dans le plan complexe.

E Modulation par déplacement de phase et d'amplitude : QAM

📖 Définition : QAM

La QAM combine les variations de **phase et d'amplitude** pour coder plusieurs bits par symbole. C'est une modulation **en quadrature** dont les symboles sont représentés comme des points dans le plan complexe.

Par exemple, la **16-QAM** encode 4 bits par symbole, à l'aide de 16 combinaisons possibles d'amplitude et de phase.

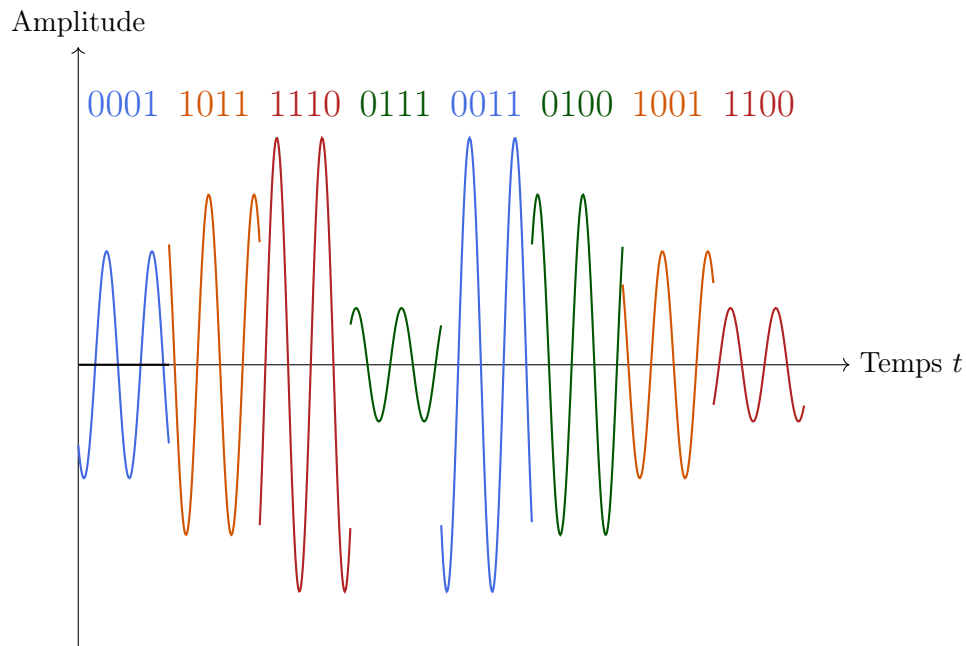


FIGURE 22 – Chronogramme d'une QAM

Propriété : Diagramme de constellation d'une QAM

Dans le cas d'une **16-QAM**, les 16 symboles sont représentés par 16 points répartis dans le plan complexe suivant 4 niveaux d'amplitude sur chacun des axes (en général, $-3, -1, +1, +3$).

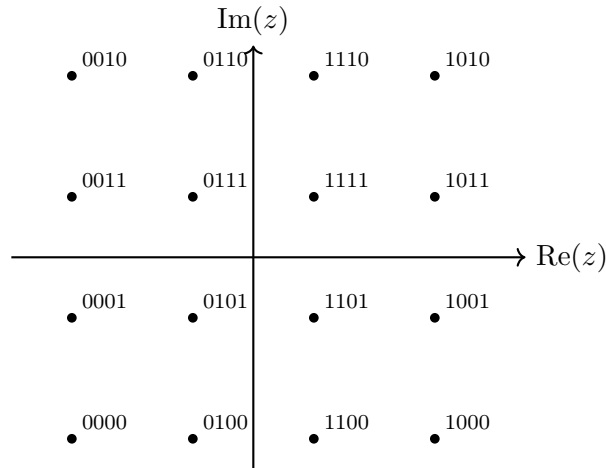


FIGURE 23 – Diagramme de constellation d'une QAM

Ce type de modulation est très efficace en débit binaire, mais aussi **plus sensible au bruit**, car les symboles sont plus proches les uns des autres.

Exercice 9 Etude d'un signal modulé (★ ★)

Vous trouverez ci-dessous la représentation temporelle d'un signal modulé ainsi que son diagramme de constellation.

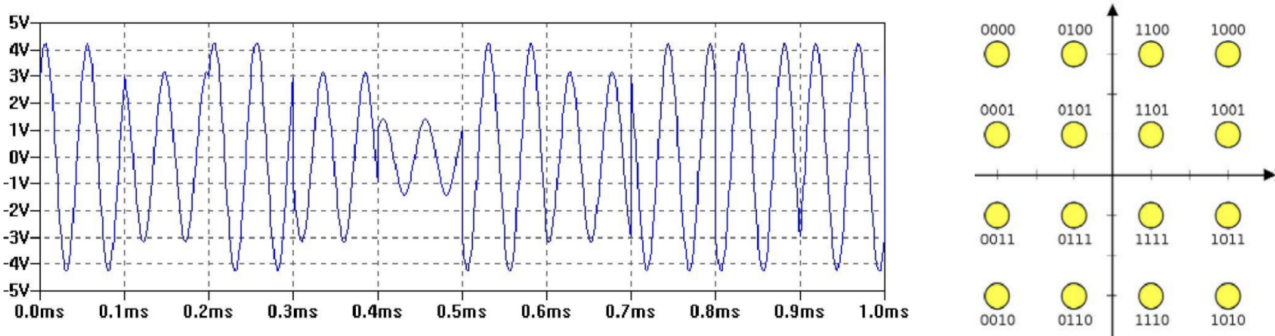


FIGURE 24 – Diagramme de constellation d'une QAM

- Q1** De quel type de modulation s'agit-il ?
- Q2** Quelle est la fréquence de la porteuse ?
- Q3** Quel est le débit de symboles (rapidité) noté R ?
- Q4** Quel est le débit binaire noté D ?

Type de modulation	Chronogramme du signal	Diagramme de constellation	Caractéristiques / indices visuels
ASK	Amplitude du sinus change (ex : 0, faible, fort). Fréquence et phase constantes.	Points alignés sur l'axe réel (abscisse). Ex : 0, 1, 2 amplitudes.	- Hauteur du signal varie. - Constellation : uniquement sur axe horizontal. - Très sensible au bruit.
PSK	Amplitude constante. Phase change brutalement d'un symbole à l'autre.	Points sur un cercle centré en 0. Ex : 2-PSK (2 points opposés), 4-PSK (QPSK), etc.	- Sinus toujours même amplitude. - Décalages de phase visibles aux ruptures. - Constellation : cercle régulier.
FSK	Amplitude constante, mais fréquence différente selon les symboles.	Pas de représentation directe dans le plan complexe. On observe souvent 2 ou plusieurs points non superposables.	- Fréquence du sinus change. - Visuellement : sinus plus ou moins resserré. - Pas de constellation utile comme PSK/QAM.
QAM	Amplitude et phase changent à chaque symbole.	Points disposés en grille (quadrillage). Ex : 16-QAM, 64-QAM.	- Signal complexe à l'œil. - Constellation carrée ou rectangulaire. - Permet haut débit, mais nécessite un bon SNR.

TABLE 2 – Tableau comparatif des modulations ASK, PSK, FSK et QAM