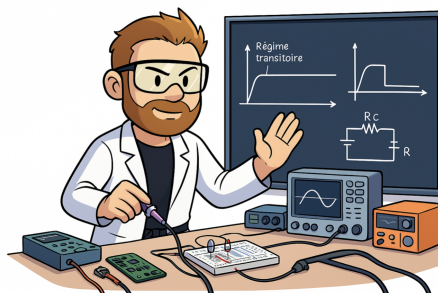


RÉPONSE FRÉQUENTIELLE DES SYSTÈMES LINÉAIRES PASSIFS D'ORDRE 1 ET 2



Compétences visées:

- Savoir déterminer les caractéristiques (amplitude, valeur efficace, fréquence, pulsation, période, phase à l'origine, etc.) d'un signal sinusoïdal à partir de son expression littérale réelle ou de son chronogramme.
- Déterminer le déphasage entre deux signaux sinusoïdaux à partir de leurs chronogrammes.
- Savoir associer un signal sinusoïdal à sa notation complexe.
- Savoir calculer une puissance active en régime sinusoïdal.
- Connaître et utiliser la relation entre la puissance en mW et le niveau de puissance en dBm, et sa réciproque.
- Connaître et savoir utiliser la loi d'Ohm en régime sinusoïdal, les impédances complexes d'une résistance, d'un condensateur et d'une bobine.
- Connaître les équivalences d'un condensateur et d'une bobine en très basse fréquence et en haute fréquence.
- Savoir déterminer le gain (en dB) à une fréquence donnée à partir du diagramme de Bode d'un filtre.
- Savoir calculer l'amplification à partir du gain (en dB) et réciproquement.
- Savoir déterminer les caractéristiques du signal de sortie d'un filtre à partir de celles du signal d'entrée et du diagramme de Bode du filtre (amplitude et phase).
- Connaître et savoir différencier gain statique, gain à la fréquence propre et gain en hautes fréquences.
- Savoir déterminer la (ou les) fréquence(s) de coupure à partir de la courbe de gain ou de la courbe d'amplification.
- Savoir tracer le diagramme asymptotique (à partir du diagramme de Bode : gain et phase) et l'exploiter pour déterminer la fréquence propre, la pente des asymptotes (en dB/décade et dB/octave), et l'ordre du filtre.
- Connaître l'effet du coefficient d'amortissement sur le diagramme de Bode pour un filtre du second ordre.

Table des matières

| | | |
|------------|---|-----------|
| I | Prérequis | 3 |
| A | Régime transitoire | 3 |
| B | Formalisme mathématique | 3 |
| C | Impédance complexe des dipôles linéaires passifs usuels | 4 |
| C-1 | Expression des impédances de chaque dipôles | 4 |
| C-2 | Association d'impédance | 5 |
| II | Approche analytique, filtrage linéaire des systèmes d'ordre 1 | 7 |
| A | Fonction de transfert | 7 |
| A-1 | Position du problème | 7 |
| A-2 | Fonction de gain, fonction de phase et pulsation de coupure | 7 |
| III | Diagramme de Bode de filtres d'ordre 1 | 10 |
| A | Type de filtre | 11 |
| B | Ordre du filtre | 11 |
| C | Fréquence de coupure | 12 |
| IV | Filtres linéaires du second ordre | 15 |
| A | Définition et facteur de qualité | 15 |
| B | Résonance | 15 |
| V | Diagramme de Bode de filtres d'ordre 2 | 19 |
| A | Diagramme de Bode des différents filtres | 19 |
| B | Bilan : reconnaissance des filtres sur un diagramme de Bode | 23 |

I Prérequis

A Régime transitoire

📖 Définition : Régimes Transitoire et Établi

La réponse $s(t)$ d'un système est caractérisée par :

- Le **Régime Transitoire** (rouge) ($t < t_r$) : Période initiale où la sortie évolue rapidement en fonction des propriétés dynamiques du système (constantes de temps, amortissement).
- Le **Régime Permanent** (bleu) ($t \geq t_r$) : Période où la sortie atteint et reste stable autour de sa valeur finale S_{final} .

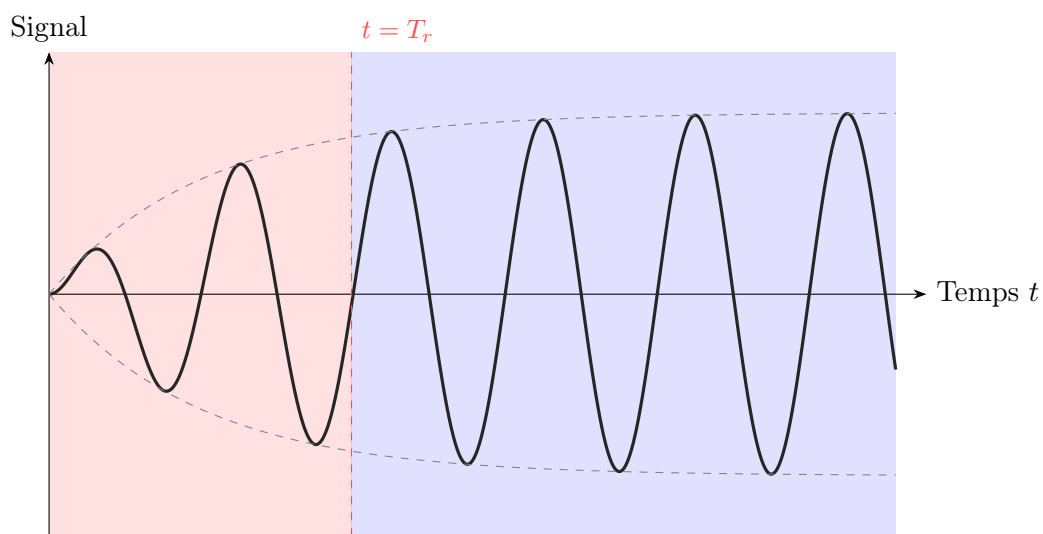


FIGURE 1 – Mise en évidence du régime transitoire et du RSF

B Formalisme mathématique

♥ Formule : Signal sinusoïdal réel

Un signal sinusoïdal réel peut s'écrire sous la forme :

$$s(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

où

- A est l'amplitude du signal,
- ω est la pulsation (en $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$),
- φ est la phase à l'origine,
- t est le temps.

Définition : Amplitude complexe

On définit l'amplitude complexe associée au signal sinusoïdal par :

$$\underline{S} = A e^{i\varphi}.$$

Le signal réel s'écrit alors sous la forme compacte :

$$s(t) = \text{Re}(\underline{S} e^{i\omega t}).$$



Exercice 1

Conversion signal réel en signal complexe (★ ★)

Q1 Convertir les signaux suivant en signaux complexes, en déterminant l'amplitude complexe \underline{E} :

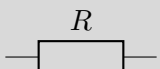
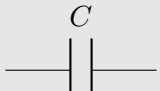
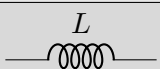
- $e(t) = 3\cos(\omega t + \frac{\pi}{3})$
- $e(t) = 2\cos(\omega t + \frac{\pi}{6})$
- $e(t) = 5\cos(\omega t + \frac{\pi}{12})$

Attention :

Les nombres complexes sont uniquement un **outil de calcul**. Le signal physique est toujours la **partie réelle** du signal complexe. En régime sinusoïdal forcé, la dépendance temporelle $e^{i\omega t}$ est commune à tous les signaux et n'intervient plus dans les calculs.

C Impédance complexe des dipôles linéaires passifs usuels

C-1 Expression des impédances de chaque dipôles

| Composant | Symbole | Impédance (Z) |
|--------------|---|---|
| Résistance |  | $Z_R = R$ |
| Condensateur |  | $Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{\omega C}$ |
| Bobine |  | $Z_L = j\omega L$ |

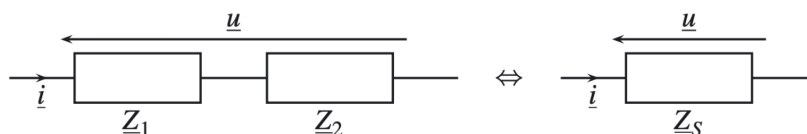
C-2 Association d'impédance

Remarque

La relation qui relie les tensions et les intensités complexes aux bornes d'un dipôle ($\underline{u} = \underline{Z} \times \underline{i}$) est analogue à la loi d'Ohm pour une résistance en courant continu ($U = RI$). Les lois d'association des impédances sont donc analogues à celles des résistances.

Propriété : Association en série

Dans une association d'impédance en série, plusieurs résistances sont connectées l'une après l'autre, de sorte que le courant qui traverse chacune d'entre elles est le même.

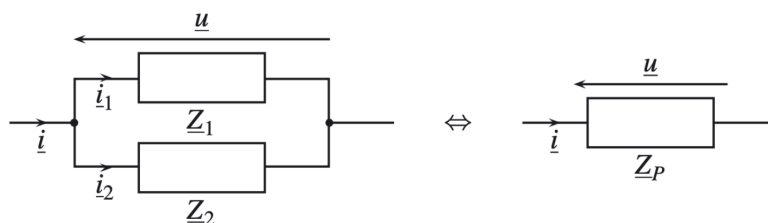


L'impédance équivalente Z_s pour des impédances en série est la somme des valeurs individuelles des impédances :

$$\underline{Z}_s = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \dots$$

Propriété : Association en parallèle

Dans une association d'impédances en parallèle, les extrémités de toutes les impédances sont connectées entre elles.

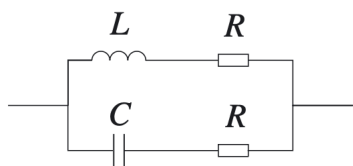
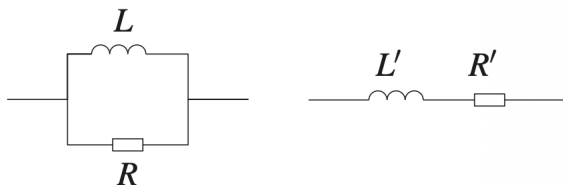


L'impédance équivalente Z_p pour des impédances en parallèle est calculée en utilisant la formule inverse de la somme des inverses des résistances individuelles :

$$\frac{1}{\underline{Z}_p} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \dots$$

Exercice 2 Associations diverses (★★)

Q1 Pour chaque circuit, donner l'expression de l'impédance équivalente.



II Approche analytique, filtrage linéaire des systèmes d'ordre 1

A Fonction de transfert

A-1 Position du problème

On étudie un circuit électrique linéaire qui fournit un signal de sortie $s(t)$ à partir d'un signal d'entrée $e(t)$.

Définition : Fonction de transfert

La fonction de transfert est une fonction qui dépend de la variable complexe $j\omega$. Pour un signal d'entrée sinusoïdal de pulsation ω , noté $e(t)$, le signal de sortie en régime sinusoïdal forcé s'écrit simplement :

$$\underline{s} = \underline{H}(j\omega) \times \underline{e} \quad \text{ou encore} \quad \underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$$

où $H(j\omega)$ représente la fonction de transfert du circuit. Cette fonction permet de relier directement le signal de sortie au signal d'entrée dans le domaine fréquentiel.

A-2 Fonction de gain, fonction de phase et pulsation de coupure

Définition : Fonction de gain

La fonction gain du filtre est :

$$G(\omega) = |\underline{H}(j\omega)|$$

Définition : Fonction de phase

La fonction de phase du filtre est :

$$\varphi = \arg(\underline{H}(j\omega))$$

Définition : Gain en décibel

On peut convertir le gain $G(\omega)$ en gain en décibel G_{dB} avec la formule :

$$G_{dB} = 20 \log(G(\omega))$$

Propriété : Pulsation de coupure et pulsation réduite

On définit la pulsation de coupure ω_0 (en rad/s) telle que :

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} \quad (1)$$

✎ Exercice 3 **Circuit RC série (★ ★)**

On considère un circuit composé d'une résistance R et d'un condensateur de capacité C associés en série. On note $e(t)$ le signal d'entrée.

Q1 Faire un schéma du circuit, et faire apparaître les tensions $e(t)$ et $s(t)$ (tension aux bornes de C).

Q2 Montrer que l'expression de $\underline{H}(j\omega)$ la fonction de transfert s'écrit :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

(On pourra s'aider de la formule du pont diviseur de tension)

Q3 On peut l'écrire sous sa forme canonique :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

Indiquer alors l'expression de ω_0 et de H_0 .

Q4 En déduire le gain $G(\omega)$, le gain en dB G_{dB} , et la phase $\varphi(\omega)$.

Q5 Que vaut le gain en dB quand $\omega \rightarrow +\infty$? Que vaut le gain en dB quand $\omega \rightarrow 0$?

Q6 En déduire la nature du filtre (passe haut ou passe bas).

✎ Exercice 4 **Circuit CR série (★ ★)**

On considère un circuit composé d'un condensateur de capacité C et d'une résistance R associés en série. On note $e(t)$ le signal d'entrée.

Q1 Faire un schéma du circuit, et faire apparaître les tensions $e(t)$ et $s(t)$ (tension aux bornes de la résistance).

Q2 Montrer que l'expression de $\underline{H}(j\omega)$ la fonction de transfert s'écrit :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}$$

(On pourra s'aider de la formule du pont diviseur de tension)

Q3 On peut l'écrire sous sa forme canonique :

$$\underline{H}(j\omega) = H_0 \times \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

Q4 En déduire le gain $G(\omega)$, le gain en dB G_{dB} , et la phase $\varphi(\omega)$.

Q5 Que vaut le gain en dB quand $\omega \rightarrow +\infty$? Que vaut le gain en dB quand $\omega \rightarrow 0$?

Q6 En déduire la nature du filtre (passe haut ou passe bas).

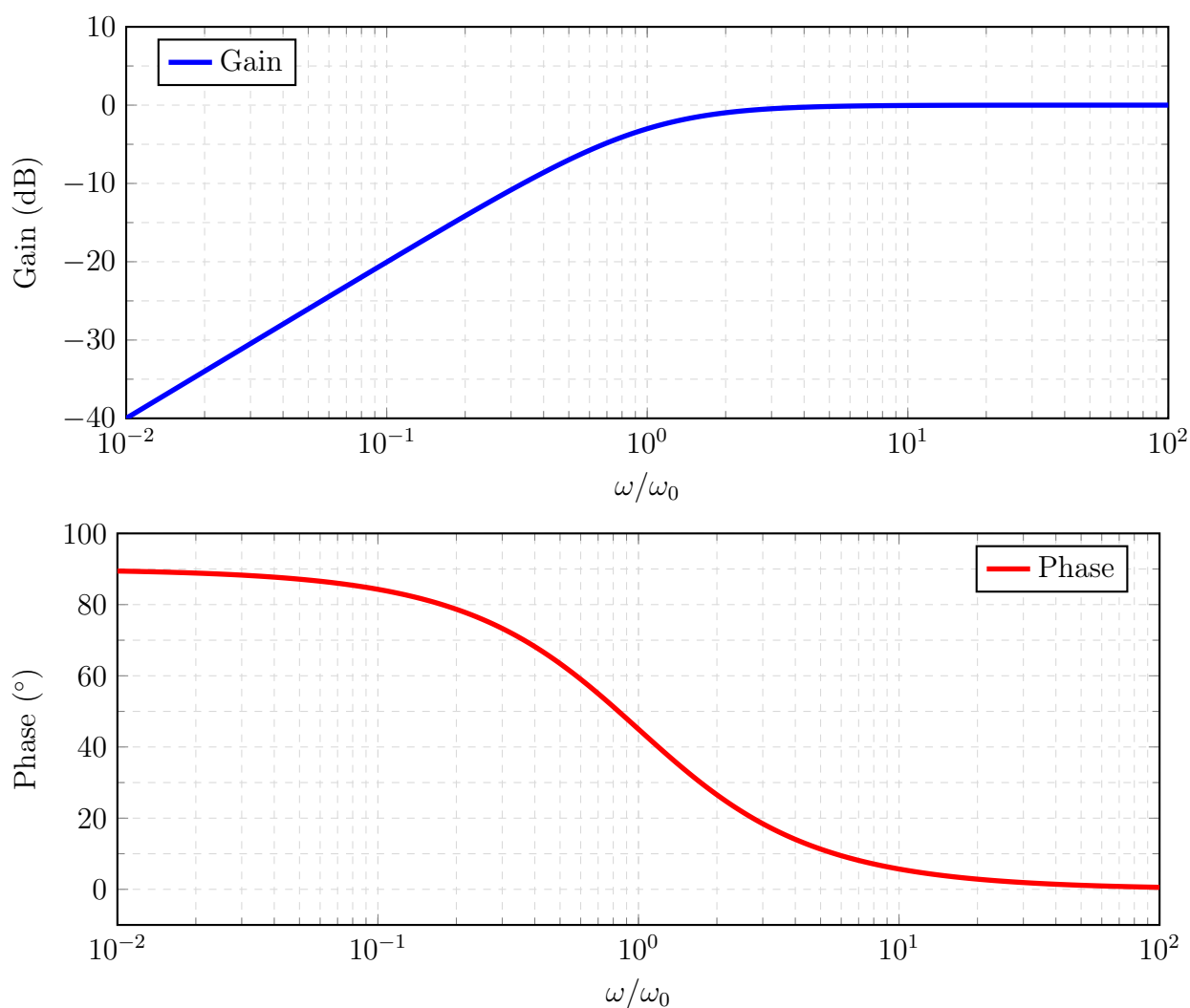
III Diagramme de Bode de filtres d'ordre 1

Définition : Diagramme de Bode

Le diagramme de Bode d'un filtre comporte deux courbes :

- la courbe d'amplitude qui donne le gain en décibels $G_{dB}(\omega)$,
- la courbe de phase qui donne la phase $\varphi(\omega)$.

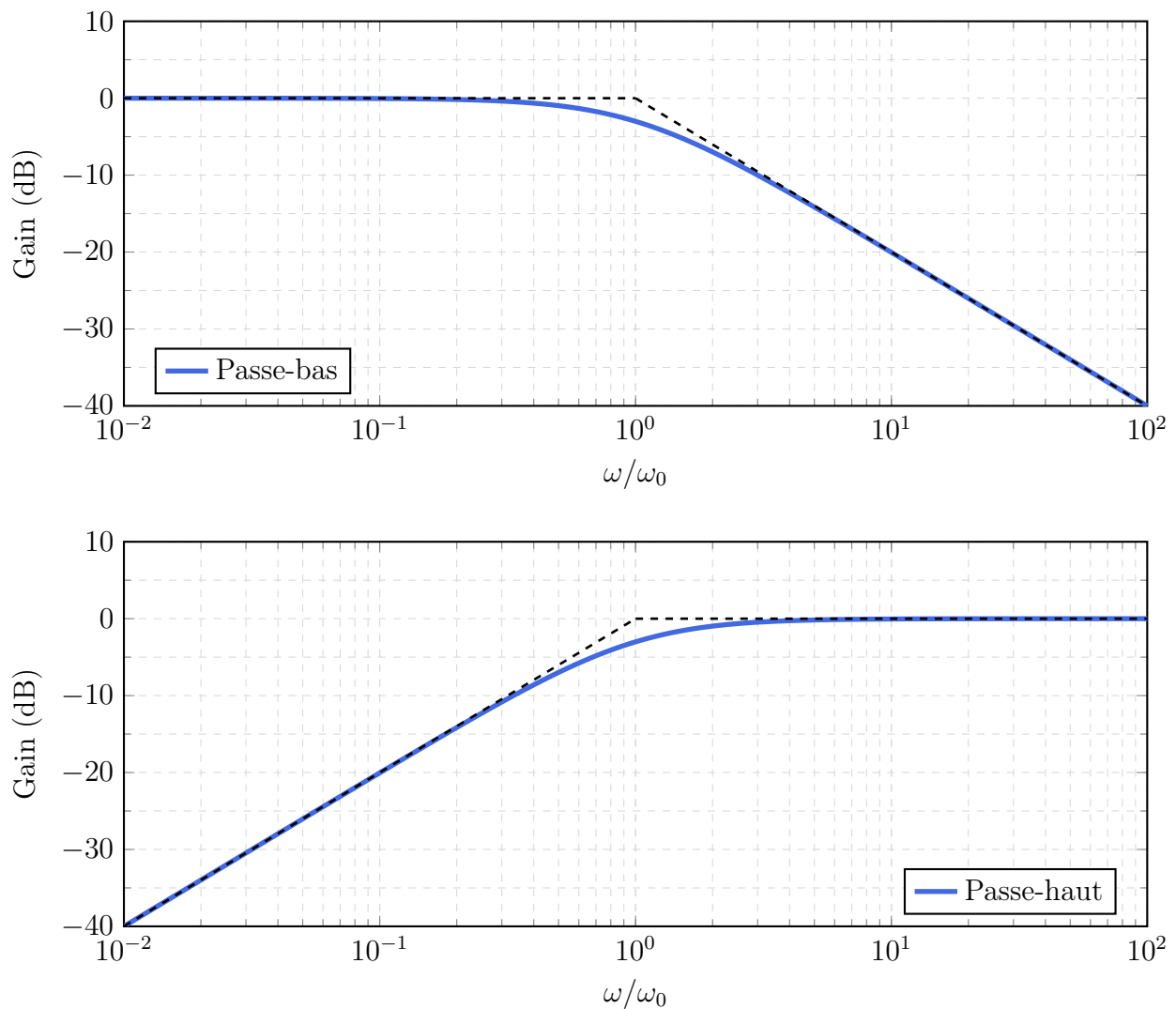
Pour chaque courbe, l'abscisse correspond à $\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$, c'est-à-dire la pulsation normalisée ω exprimée sur une échelle logarithmique.



A Type de filtre

Propriété : Type de filtre

On peut déterminer si le filtre est passe-haut, ou passe-bas, à la forme de sa courbe :



B Ordre du filtre

Définition : Pente d'une asymptote

La pente P d'une droite dans un diagramme de Bode s'exprime en **décibels par décade (dB/déc)**. Elle correspond à la variation du gain G_{dB} lorsque la fréquence est multipliée par 10.

Methode : Calcul graphique de la pente

Pour mesurer la pente sur un graphique :

1. Choisir deux points A et B suffisamment éloignés sur l'asymptote.
2. Appliquer la formule de la pente :

$$P = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad (2)$$

3. Si l'on choisit B tel que $x_B = 10 \cdot x_A$ (une décade d'écart), alors la formule devient simplement :

$$P = y_B - y_A \quad (\text{en dB/déc}) \quad (3)$$

Propriété : Relation entre pente et ordre

Soit n l'ordre du filtre. La pente de l'asymptote en haute fréquence (pour un passe-bas) ou en basse fréquence (pour un passe-haut) est toujours un multiple de 20 :

$$|P| = n \times 20 \text{ dB/déc} \quad (4)$$

C Fréquence de coupure

Propriété : Bande passante à -3 dB

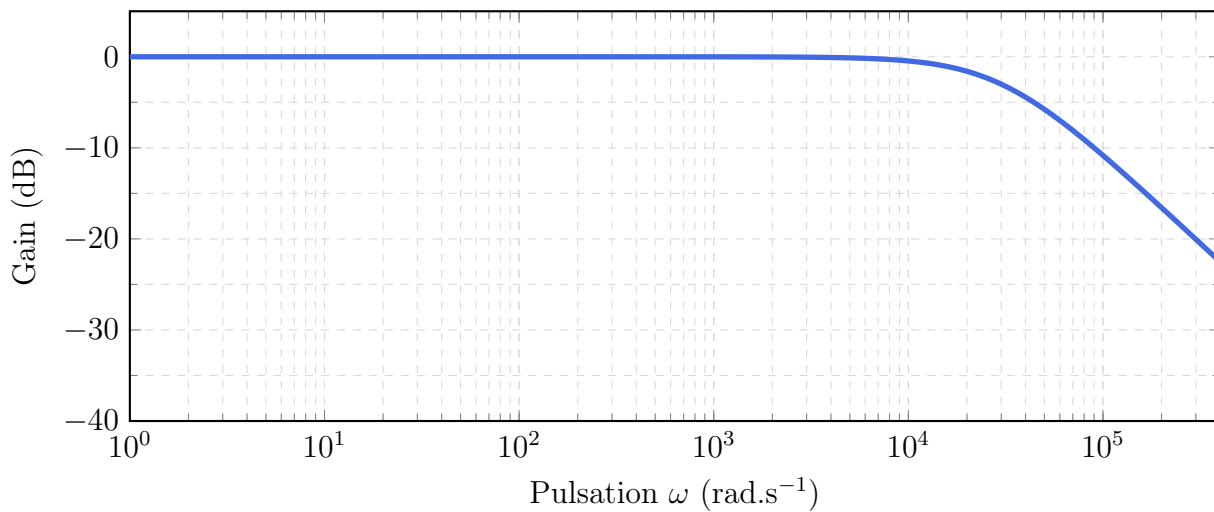
La bande passante est l'intervalle de fréquences où $G_{dB} \geq G_{max} - 3$. Pour un premier ordre, la coupure se situe précisément à $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$, où le gain a chuté de 3 décibels par rapport au maximum.

Methode : Trouver la fréquence de coupure à partir d'un diagramme de Bode

1. Trouver le gain en décibel maximal : G_{max} .
2. Soustraire 3 dB à ce gain.
3. Tracer une ligne horizontale.
4. Trouver l'intersection entre cette droite horizontale et la courbe du diagramme.

Exercice 5 Étude d'un diagramme de Bode – Filtre passe-bas (★ ★)

On considère un système linéaire dont le diagramme de Bode est ci-dessous :



Q1 En observant la courbe de gain :

- Indiquer le gain maximal du filtre (en dB).
- Préciser le comportement du gain aux basses fréquences et aux hautes fréquences.

Q2 Déterminer graphiquement la pulsation de coupure ω_0 du filtre. On précisera la méthode utilisée.

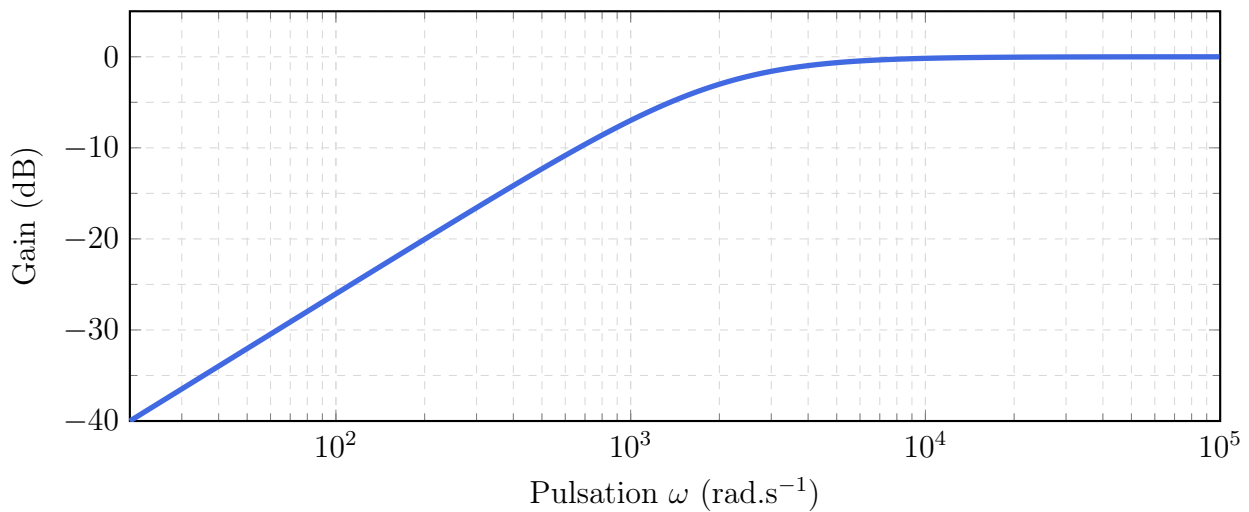
Q3 En déduire la nature du filtre (passe-bas, passe-haut ou autre) et justifier la réponse.

Q4 Déterminer la pente de l'asymptote du gain en haute fréquence. Exprimer cette pente en dB/décade.

Q5 En déduire l'ordre du filtre.

Exercice 6 Étude d'un diagramme de Bode – Filtre passe-haut (★ ★)

On considère un système linéaire dont le diagramme de Bode est donné ci-dessous :



Q1 Étudier l'évolution du gain en fonction de la pulsation :

- Donner la valeur du gain aux basses fréquences.
- Donner la valeur du gain aux hautes fréquences.

Q2 Identifier graphiquement la pulsation de coupure ω_0 du filtre. On précisera le critère utilisé.

Q3 Déterminer la nature du filtre et justifier à partir de la courbe de gain.

Q4 Déterminer la pente de l'asymptote du gain en basses fréquences. Exprimer cette pente en dB/-décade.

Q5 En déduire l'ordre du filtre.

IV Filtres linéaires du second ordre

A Définition et facteur de qualité

Définition : Filtre du second ordre

Un filtre est dit du second ordre si sa fonction de transfert peut s'écrire sous la forme d'un quotient dont le dénominateur possède un terme du second degré (en $(j\omega)^2$).

Définition : Facteur de qualité

On définit souvent le facteur de qualité Q par la relation :

$$Q = \frac{1}{2m}$$

Un grand facteur de qualité correspond à un faible amortissement.

B Résonance

Propriété : Phénomène de résonance

Pour certains filtres d'ordre 2 faiblement amortis ($m < \frac{1}{\sqrt{2}}$), le gain présente un maximum pour une pulsation proche de ω_0 . Ce phénomène est appelé **résonance**.

Attention : Pulsation de coupure et résonance

Pour un filtre d'ordre 2, il est important de ne pas confondre :

- la **pulsation de coupure** : définie par une chute du gain de 3 dB par rapport au maximum ;
- la **pulsation propre** ω_0 : paramètre du système ;
- la **pulsation de résonance** ω_r : pulsation pour laquelle le gain est maximal.

En général :

$$\omega_r \neq \omega_0$$

La résonance n'apparaît que si l'amortissement est suffisamment faible.

**Exercice 7****Circuit RLC série – Sortie sur le condensateur (★ ★)**

On considère un circuit RLC série soumis à une tension d'entrée $e(t)$. La tension de sortie $s(t)$ est prélevée aux bornes du condensateur C .

Q1 Faire un schéma du circuit et flécher les tensions $e(t)$ et $s(t)$.

Q2 En utilisant le pont diviseur de tension, montrer que la fonction de transfert s'écrit :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}$$

Q3 On identifie cette expression à la forme canonique du second ordre :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + 2jm\frac{\omega}{\omega_0}}$$

Déterminer les expressions littérales du gain statique H_0 , de la pulsation propre ω_0 et du coefficient d'amortissement m en fonction de R, C, L .

Q4 Exprimer le module (gain) $G(\omega)$ et le gain en décibels $G_{dB}(\omega)$.

Q5 Étudier les limites du gain en dB :

- Quand $\omega \rightarrow 0$.
- Quand $\omega \rightarrow +\infty$ (Préciser la pente de l'asymptote).

Q6 En déduire la nature du filtre.

**Exercice 8****Circuit RCL série – Sortie sur l'inductance (★ ★)**

On reprend le même circuit RCL série, mais la tension de sortie $s(t)$ est désormais prélevée aux bornes de la bobine d'inductance L .

Q1 Faire un schéma du circuit faisant apparaître les tensions $e(t)$ et $s(t)$.

Q2 Montrer que la fonction de transfert s'écrit :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{-LC\omega^2}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}$$

Q3 On met l'expression sous forme canonique :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0 \cdot (j\frac{\omega}{\omega_0})^2}{1 + 2jm\frac{\omega}{\omega_0} + (j\frac{\omega}{\omega_0})^2}$$

Donner les expressions de H_0 , ω_0 et m en fonction de R, L, C .

Q4 Exprimer le module (gain) $G(\omega)$ et le gain en décibels $G_{dB}(\omega)$.

Q5 Étudier les limites du gain en dB :

- Quand $\omega \rightarrow 0$.
- Quand $\omega \rightarrow +\infty$ (Préciser la pente de l'asymptote).

Q6 En déduire la nature du filtre.

**Exercice 9****Circuit LCR série – Sortie sur la résistance (★ ★)**

On considère toujours le circuit LCR série, mais la tension de sortie $s(t)$ est prélevée aux bornes de la résistance R .

Q1 Faire le schéma du montage.

Q2 Montrer que la fonction de transfert s'écrit :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{jRC\omega}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}$$

Q3 On préfère ici utiliser le facteur de qualité $Q = \frac{1}{2m}$. La forme canonique est :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

Exprimer H_0 , ω_0 et Q en fonction des composants.

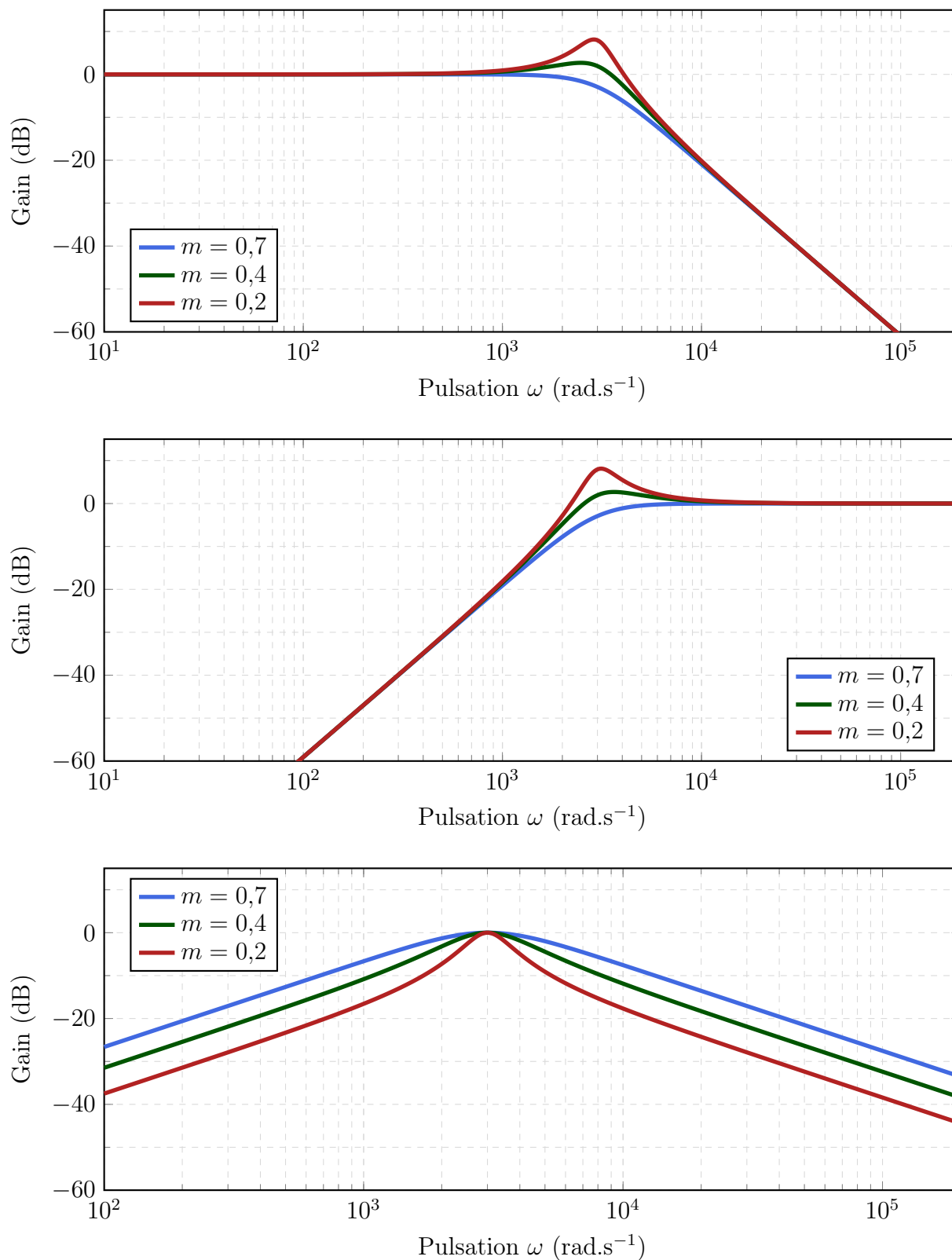
Q4 Pour quelle pulsation particulière le dénominateur est-il réel ? Que vaut alors le gain $G(\omega)$?

Q5 Justifier par le calcul des limites en 0 et en $+\infty$ qu'il s'agit d'un filtre passe-bande.

Q6 Définir la bande passante à -3dB et donner sa largeur $\Delta\omega$ en fonction de ω_0 et Q .

V Diagramme de Bode de filtres d'ordre 2

A Diagramme de Bode des différents filtres

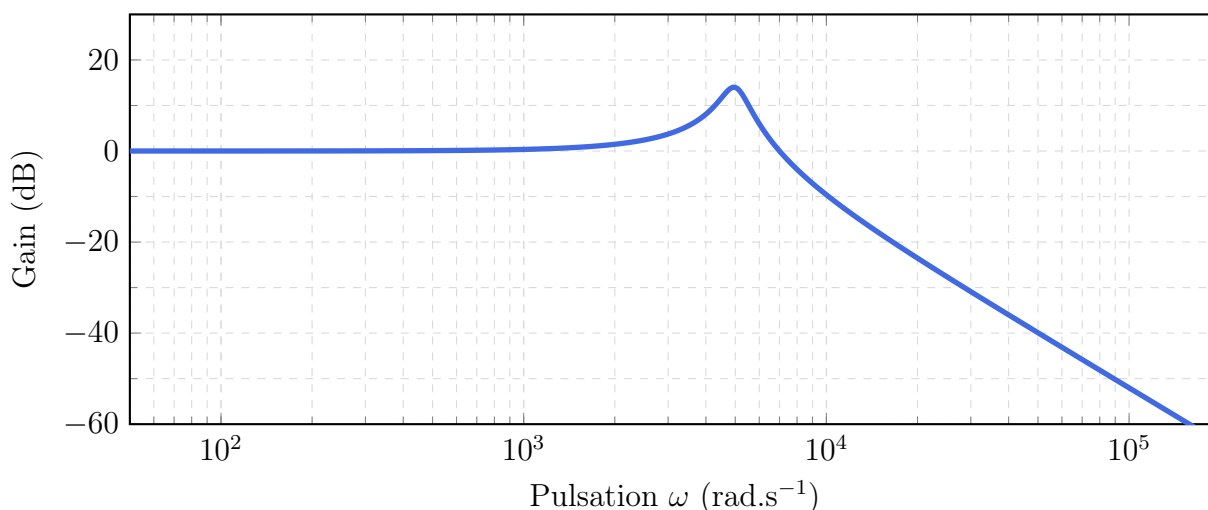


Propriété : Sélectivité

Plus le facteur d'amortissement est faible (donc le facteur de qualité élevé), plus la bande passante est étroite et le pic de résonance marqué.

**Exercice 10****Étude d'un diagramme de Bode (★ ★)**

On considère un système linéaire dont le diagramme de Bode est donné ci-dessous :



Q1 Étudier l'évolution du gain en fonction de la pulsation :

- Donner la valeur du gain aux basses fréquences.
- Décrire le comportement du gain aux hautes fréquences.

Q2 Déterminer graphiquement la pulsation de coupure ω_0 du filtre.

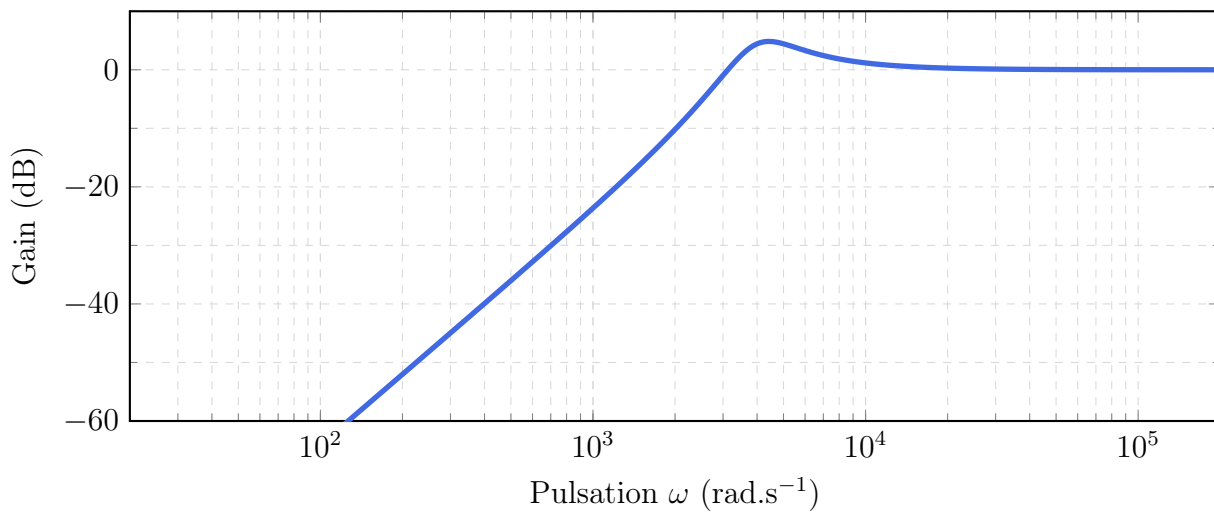
Q3 Déterminer la pente de l'asymptote du gain en haute fréquence. Exprimer cette pente en dB/décade.

Q4 En déduire l'ordre du filtre.

Q5 Observe-t-on un phénomène de résonance ? Justifier à partir de la courbe.

Exercice 11 Étude d'un diagramme de Bode (★ ★)

On considère un système linéaire dont le diagramme de Bode est donné ci-dessous :



Q1 Étudier l'évolution du gain en fonction de la pulsation :

- Donner la valeur du gain aux basses fréquences.
- Donner la valeur du gain aux hautes fréquences.

Q2 Identifier graphiquement la pulsation de coupure ω_0 du filtre.

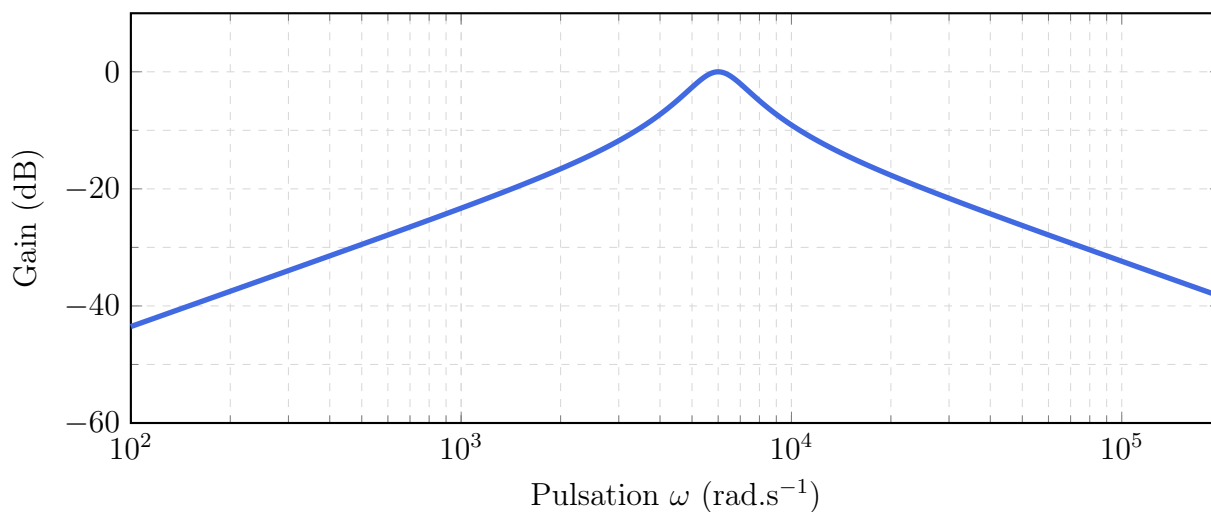
Q3 Déterminer la pente de l'asymptote du gain en basses fréquences. Exprimer cette pente en dB/-décade.

Q4 En déduire l'ordre du filtre.

Q5 Justifier la nature du filtre à partir de la forme globale du diagramme.

**Exercice 12****Étude d'un diagramme de Bode (★ ★)**

On considère un système linéaire dont le diagramme de Bode est donné ci-dessous :



- Q1** Décrire qualitativement l'évolution du gain en fonction de la pulsation.
- Q2** Identifier graphiquement la pulsation centrale ω_0 du filtre.
- Q3** Déterminer les pulsations de coupure ω_1 et ω_2 à -3 dB.
- Q4** En déduire la bande passante du filtre.
- Q5** Le gain maximal est-il supérieur à 0 dB ? Que peut-on en conclure sur le phénomène observé ?

B Bilan : reconnaissance des filtres sur un diagramme de Bode

| Filtre | Ordre | Gain max | Pente caractéristique | Remarques |
|-------------|-------|--|---------------------------|----------------------|
| Passe-bas | 1 | 0 dB | -20 dB/déc (HF) | Pas de résonance |
| Passe-haut | 1 | 0 dB | $+20 \text{ dB/déc (BF)}$ | Pas de résonance |
| Passe-bas | 2 | $\leq 0 \text{ dB ou } > 0 \text{ dB}$ | -40 dB/déc (HF) | Résonance possible |
| Passe-haut | 2 | $\leq 0 \text{ dB ou } > 0 \text{ dB}$ | $+40 \text{ dB/déc (BF)}$ | Résonance possible |
| Passe-bande | 2 | $> 0 \text{ dB possible}$ | $\pm 20 \text{ dB/déc}$ | Bande passante finie |

Remarque

L'analyse d'un diagramme de Bode permet souvent de déterminer la nature et l'ordre d'un filtre sans connaître son expression analytique.

Exercice 13 BTS CIEL option A 2024 (★)**Partie B. Filtrage des données issues du capteur**

La mesure du taux d'oxygène dissous est très délicate. Les mesures peuvent présenter des variations très rapides non représentatives du taux réel.

Pour rendre ces mesures exploitables, l'objectif est de développer un filtre numérique temps réel permettant de lisser les mesures.

Pour la mise en œuvre du filtre, la station est configurée en mode critique, c'est-à-dire que la période d'échantillonnage, notée T_E , vaut 2 s.

Le diagramme de Bode du gain du filtre a été tracé à partir de la transmittance $T(z)$, à l'aide d'un logiciel de simulation (figure 6).

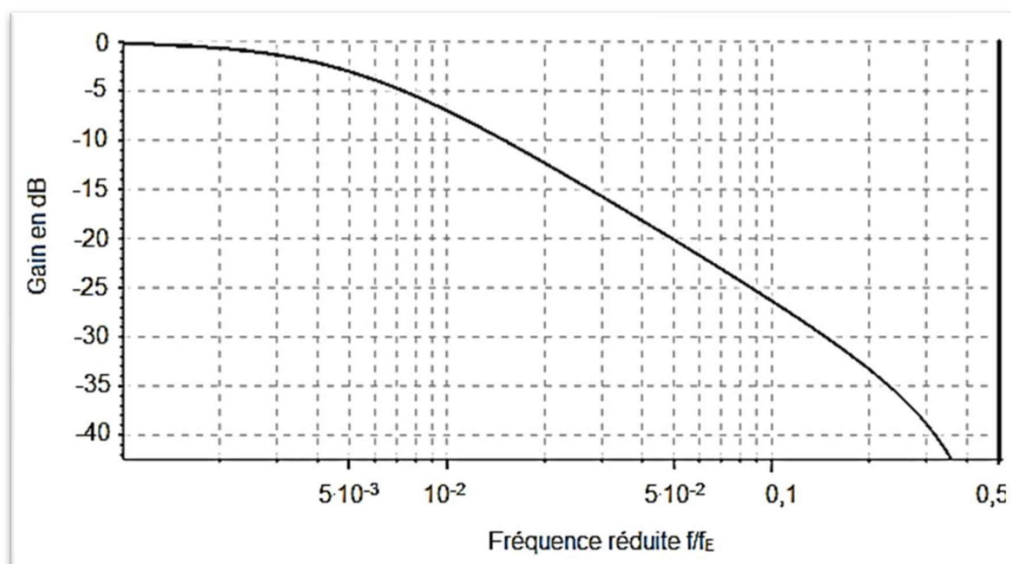


Figure 6 : Diagramme de Bode du gain du filtre numérique

- Q38.** Déterminer le type du filtre utilisé (passe-bas, passe-haut, passe-bande, coupe-bande).
- Q39.** Estimer graphiquement la fréquence de coupure réduite f_c/f_E .
- Q40.** En déduire la valeur de la fréquence de coupure f_c en Hz.

**Exercice 14**

BTS CIEL option B 2023 (★★★)

Partie B. Préamplificateur Audio

L'objectif de cette partie est de vérifier que le préamplificateur d'un microphone est compatible avec les fréquences de la voix humaine et possède un gain d'au moins 20 dB.

La radio VHF est équipée d'un microphone et de son préamplificateur permettant de communiquer avec d'autres navires, mais également de donner l'alerte en cas de problème. Le système doit reproduire aussi fidèlement que possible la voix de la personne qui parle.

Pour une écoute acceptable d'une voix humaine, la gamme de fréquences du préamplificateur doit s'étaler de 125 Hz à 7 kHz.

Le signal électrique généré par le microphone étant de trop faible amplitude, il est nécessaire de l'amplifier. L'amplificateur qui est proposé dans la radio VHF est constitué à partir d'un amplificateur différentiel intégré dont le schéma est donné figure 5.

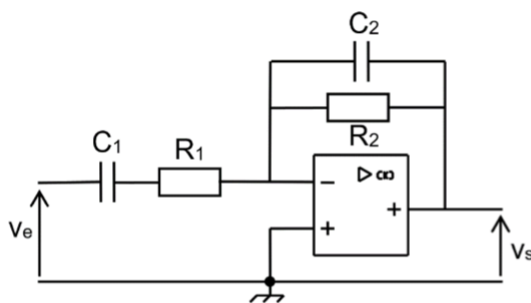


Figure 5 – Amplificateur

D'après la documentation, les valeurs des composants sont :

$$R_1 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 220 \text{ k}\Omega$$

$$C_1 = 1 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C_2 = 100 \text{ pF}$$

La fonction de transfert isochrone de ce filtre s'écrit :

$$\underline{T} = T_0 \cdot \frac{2mj \frac{f}{f_0}}{1 + 2mj \frac{f}{f_0} + \left(j \frac{f}{f_0}\right)^2} = \frac{T_0}{1 + jQ \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)}$$

- f_0 est la fréquence propre du filtre ;
- T_0 est la valeur de la fonction de transfert isochrone pour la fréquence f_0 ;
- m est le coefficient d'amortissement ;
- Q est le coefficient de qualité tel que $Q = \frac{1}{2m}$.

Q51. Préciser la nature du filtre.

Une simulation numérique permet d'obtenir le diagramme de Bode du filtre amplificateur représenté sur le document réponses **DR-SP1**.

Q52. Compléter le tableau du document réponses **DR-SP1**. Justifier les valeurs par des constructions graphiques.

L'étude théorique de ce filtre montre que :

$$T_0 = -\frac{R_2 C_1}{R_1 C_1 + R_2 C_2}$$

Un calcul non demandé donne :

$$f_0 = 339 \text{ Hz} \quad m = 10,68$$

Q53. Comparer la valeur de $R_1 C_1$ à la valeur de $R_2 C_2$.

Q54. Calculer T_0 (il est possible de déduire de la question précédente une expression simplifiée de T_0).

Q55. Vérifier que la valeur du gain noté G_0 , lue sur le document réponses **DR-SP1**, est cohérente avec le résultat précédent.

Q56. Relever le déphasage φ_0 du filtre à la fréquence f_0 .

Afin de valider les caractéristiques du filtre, un technicien applique en entrée du filtre un signal sinusoïdal de fréquence 339 Hz et d'amplitude 100 mV.

Q57. Dessiner, en s'appuyant sur l'une des courbes en pointillés, le signal attendu en sortie du filtre sur le document réponses **DR-SP2**.

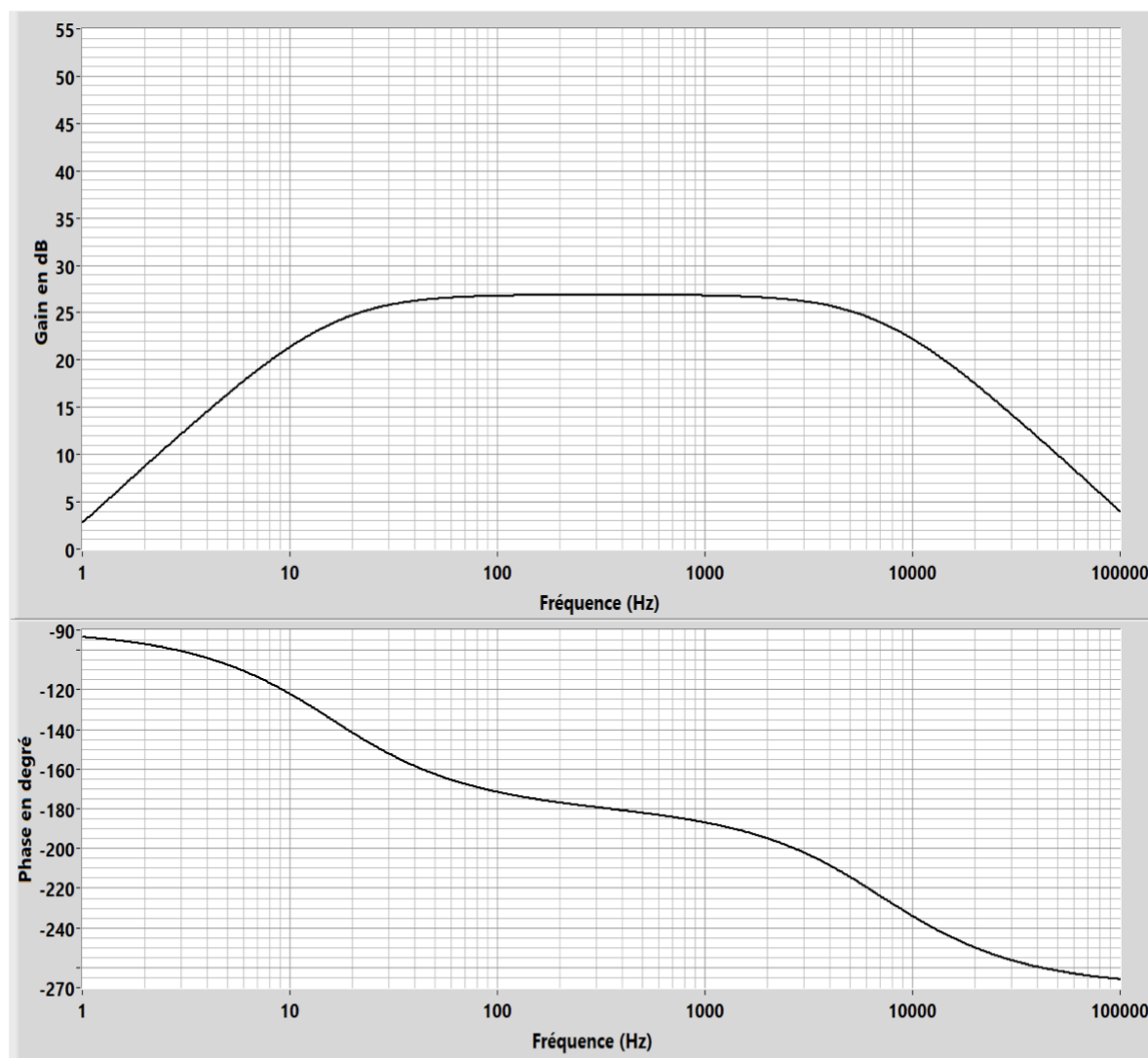
L'expression de la bande passante à -3 dB , notée B , est donnée par :

$$B = 2m \cdot f_0 = \frac{f_0}{Q}$$

Q58. Calculer B et la comparer au résultat obtenu sur le document réponses **DR-SP1**.

Q59. Justifier numériquement que le filtre répond aux attentes.

Q60. Justifier l'intérêt d'avoir une grande bande passante pour ce filtre amplificateur.

Réponse à la question Q52.

| | | |
|--------------------------------|----------|--|
| Fréquence propre f_0 | f_0 | |
| Gain à $f = f_0$ | G_0 | |
| Fréquence de coupure 1 à -3 dB | f_{c1} | |
| Fréquence de coupure 2 à -3 dB | f_{c2} | |
| Bande passante à -3 dB | B | |