


Représentation fréquentielle des signaux

TD

 Capacités exigibles

- Énoncer qu'un signal périodique alternatif peut être décomposé en la somme d'un fondamental et d'harmoniques. Exploiter un spectre d'amplitude.
- Tracer le spectre d'amplitude d'un signal, la fréquence et l'amplitude de son fondamental et de ses harmoniques étant données.

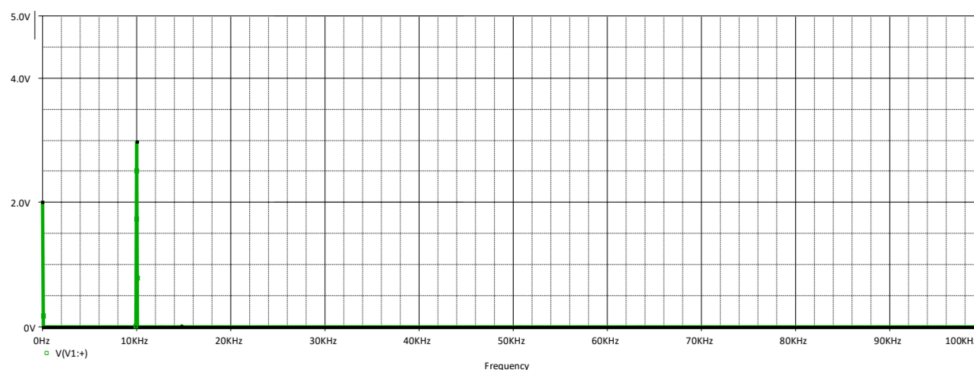
 Niveaux

- ♥ À savoir refaire!
- ★ Niveau de base
- ★★ Niveau intermédiaire
- ★★★ Niveau avancé

Exercice 1 Etude d'un spectre



Un étudiant visualise le spectre suivant :



Q1 Le signal est-il alternatif? Si non, donner la valeur moyenne de ce signal, notée $\langle u \rangle$.

Q2 Quel type de signal représente la raie située sur l'abscisse $f = 10\text{kHz}$?

Q3 Un étudiant affirme que « Le signal $u(t)$ est variable, périodique et triangulaire » : a-t-il raison? Si non, corriger sa proposition.

Un signal variable, périodique et sinusoïdal a pour expression littérale :

$$u(t) = \langle u \rangle + U_m \times \cos(2\pi f t + \phi)$$

Q4 Proposer une expression numérique pour $u(t)$.

Q5 Quelle grandeur nous manque-t-il afin de pouvoir trouver une unique expression possible pour $u(t)$?

On ajoute au signal $v(t)$ un autre signal dont l'expression temporelle numérique est la suivante :

$$v(t) = 1,0 \cos(2\pi \times 25000 \times t)$$

On nomme $w(t) = v(t) + u(t)$, le signal résultant.

Q6 Tracer en bleu, la raie correspondante à $v(t)$ sur le spectre précédent. On obtient ainsi le spectre du signal $w(t)$.

Q7 Le signal $w(t)$ est-il périodique? Justifier.

Q8 Déterminer la fréquence du fondamental du signal $w(t)$.

Q9 Le motif du signal $w(t)$ est-il sinusoïdal? Justifier.

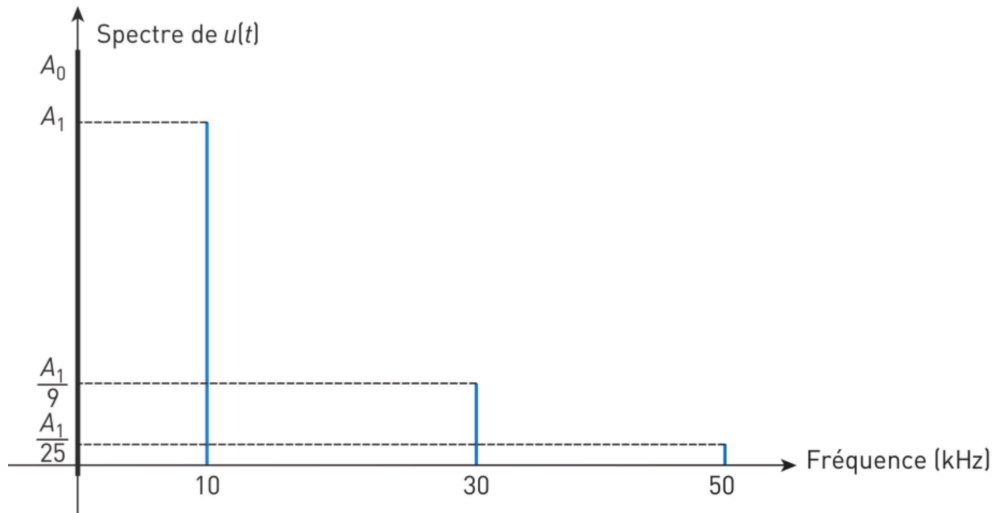
Q10 Quel nom donne-t-on au signal représenté par la raie d'abscisse 10kHz , par rapport au signal $w(t)$?

Q11 Quel nom donne-t-on au signal $v(t)$ par rapport au signal $w(t)$? Préciser le rang.

Q12 Entourer sur le spectre, en rouge, les raies faisant partie de la composante alternative du signal $w(t)$.

Exercice 2 Une ... Deuxième étude de spectre!

L'ordonnée du spectre représente l'amplitude en volt.



On donne $A_0 = 2,80V$ et $A_1 = 2,50V$.

- Q1** Justifier à partir de l'allure du spectre, que le signal $u(t)$ est périodique.
- Q2** Le signal $u(t)$ est-il alternatif? Justifier.
- Q3** Déterminer la fréquence, notée f , du signal $u(t)$.
- Q4** Le signal $u(t)$ est-il un signal sinusoïdal? Justifier votre réponse à l'aide du spectre.
- Q5** Quels sont les rangs des harmoniques visibles sur ce spectre?
- Q6** Déterminer graphiquement la valeur moyenne de $u(t)$, notée $\langle u \rangle$.
- Q7** Pour les harmoniques du rang 1 à 5 inclus, déterminer leur fréquence notée f_n , leur amplitude notée A_n .
- Q8** Entourer sur le spectre, en rouge, les raies faisant partie de la composante alternative du signal $u(t)$.
- Q9** Sur votre copie, recopier et compléter littéralement, l'expression suivante du signal $u(t)$:

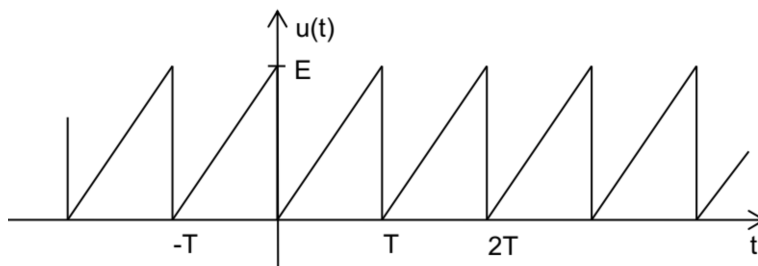
$$u(t) = \dots + \dots \cos(\dots t) + \dots \cos(\dots t) + \dots \cos(\dots t)$$

- Q10** Sur votre copie, recopier et compléter numériquement, l'expression suivante du signal $u(t)$:

$$u(t) = \dots + \dots \cos(\dots t) + \dots \cos(\dots t) + \dots \cos(\dots t)$$

Exercice 3 Un spectre différent ?


On étudie le signal $u(t)$ dont la représentation temporelle est la suivante :



On souhaite obtenir un signal $u(t)$ tel que sa valeur crête à crête soit égale à $V_{pp} = 10,0V$ et sa période soit égale à $T = 2,000ms$.

Q1 Calculer la valeur moyenne de $u(t)$, notée $\langle u \rangle$.

Q2 Déterminer la valeur de la fréquence, notée f , de la tension $u(t)$.

La décomposition en série de Fourier de ce type de signal donne le résultat suivant :

$$u(t) = \langle u \rangle + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{E}{n \times \pi} \times \cos\left(2\pi \times n f_1 t + \frac{\pi i}{2}\right)$$

Q3 Compléter le tableau suivant :

Harmonique de rang n	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$
Fréquence f_n (Hz)					
Phase à l'origine φ_n (rad)					
Amplitude A_n (V)					

Q4 Tracer l'allure du spectre en amplitude du signal $u(t)$.