Puissances en régime sinusoïdal

Plan du cours

Exercices

Voir fiche TD

Voir Activité et Application

Tous les cours en ligne !

PhysicSensei.fr

I Rappels utiles

Rappel

Lois générales de l'électricité, régime continu :
La puissance est la quantité d'énergie transférée ou convertie par unité de temps.

Formule

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad \text{ou encore} \quad \Delta E = P \times \Delta t$$

où :

- P est la puissance, (W).
- ΔE est la variation d'énergie, (J).
- Δt est la durée de cette variation d'énergie,(s).

En régime continu, on définit la puissance électrique d'un signal, notée P, par :

Formule

$$P = U \times I$$

où :

- U est la tension aux bornes du système, en volts (V),
- I est l'intensité traversant le système, en ampères (A).

Rappel

Représentation temporelle des signaux
La valeur efficace d'un signal est une mesure de son énergie.

Formule

$$x_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{Aire_{alg}}{P\acute{e}riode}} = \sqrt{\langle x\rangle^2}$$

et

$$\langle x\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,dt$$

Valeurs efficaces de signaux importants :

Formule

Pour un signal sinusoïdal :

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\langle x\rangle^2 + (\frac{U_0}{\sqrt{2}})^2}$$

Pour un signal triangulaire :

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\langle x\rangle^2 + (\frac{U_0}{\sqrt{3}})^2}$$

Pour un signal carré :

$$\sqrt{U_{\text{eff}} = \langle x\rangle^2 + U_0^2}$$

II Conventions, puissance instantanée et puissance moyenne

A Convention

Propriété

Avec un signal variable, la tension aux bornes d'un dipôle et l'intensité traversant ce dipôle dépendent du temps : on les note alors respectivement u et i (en minuscule) ou encore $u(t)$ et $i(t)$.

B Puissance instantanée

Définition

En convention récepteur, on définit alors la puissance électrique instantanée reçue par le dipôle, notée $P(t)$, dont l'unité est le watt, de symbole W, par :

$$P(t) = u \times i \quad \text{ou encore} \quad P(t) = u(t) \times i(t)$$

où :

— u : tension aux bornes du dipôle à l'instant t, en Volts (V),

— i : intensité traversant le dipôle à l'instant t, en Ampères (A).

C Puissance moyenne, ou puissance active

C.1 Cas général

Définition

La formule pour calculer la puissance moyenne d'un signal périodique $u(t)$ et $i(t)$ sur une période T est :

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \times i(t) \, dt$$

C.2 Cas d'un signal sinusoïdal

Formule

Dans le cas d'un signal sinusoïdal pur, la puissance moyenne peut être simplifiée de la manière suivante :

$$\langle P \rangle = U_{\text{eff}} \times I_{\text{eff}} \times \cos(\varphi)$$

où :

— U_{eff} est la valeur efficace de la tension,

— I_{eff} est la valeur efficace de l'intensité,

— φ est le déphasage entre la tension et l'intensité.

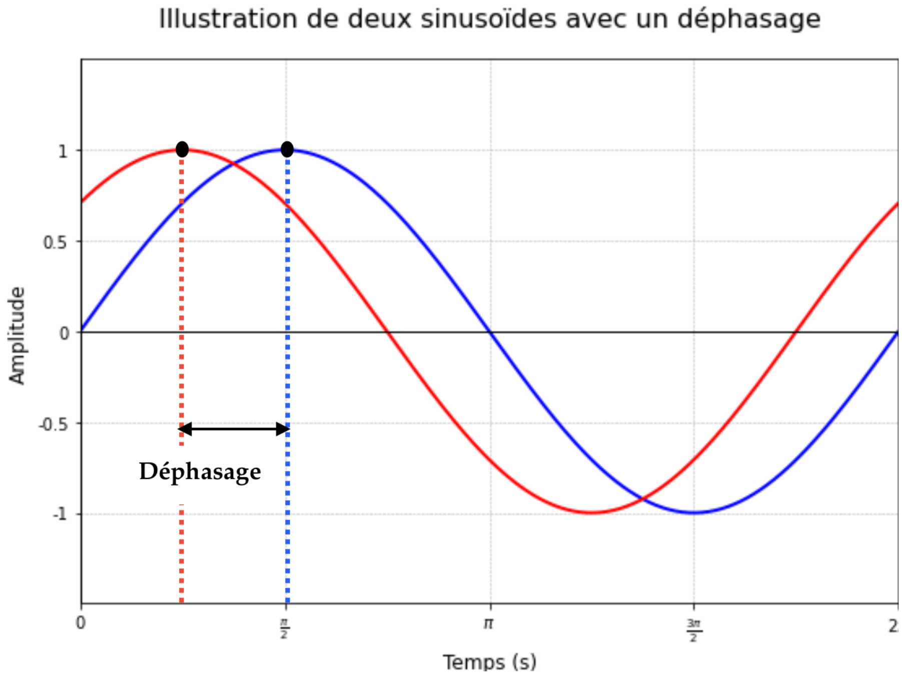
Méthode 1 : Trouver le déphasage entre deux signaux

1. Identifier un point de référence : Choisissez un point de référence sur l'un des signaux, par exemple le premier maximum.
2. Mesurer le décalage temporel : Mesurez le temps Δt entre le point de référence du premier signal et celui du second.
3. Calculer la période : Déterminez la période T du signal.
4. **Formule**

   Calculer le déphasage : Le déphasage ϕ en radians est donné par la formule :

   $$\phi = \frac{2\pi \Delta t}{T}$$

Exemple



Q1 Trouver le déphasage entre le signal bleu (courant) et le signal rouge(tension).

Q2 Calculer la puissance moyenne.

C.3 Cas des signaux carrés et triangulaires

Formule

Pour d'autres formes de signaux périodiques comme les signaux carrés, triangulaires, ou autres, la formule de la puissance moyenne est plus simplement :

$$\langle P \rangle = U_{\text{eff}} \times I_{\text{eff}}$$

Dans ce cas, la puissance moyenne ne dépend pas du déphasage, mais uniquement des valeurs efficaces de la tension et de l'intensité.

D Puissance moyenne aux bornes d'une résistance

Formule

La puissance moyenne (ou puissance active) reçue par un conducteur ohmique de résistance R (puissance provenant du signal périodique) peut se déterminer à partir de la valeur efficace du signal :

$$\langle P(t) \rangle = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R}$$

où :

- U_{eff} : valeur efficace du signal périodique, en Volt.
- R : résistance du conducteur ohmique, en ohm.
- $\langle P(t) \rangle$: puissance moyenne reçue par le conducteur ohmique, en Watt.

III Le « dBm », une unité pour la puissance active

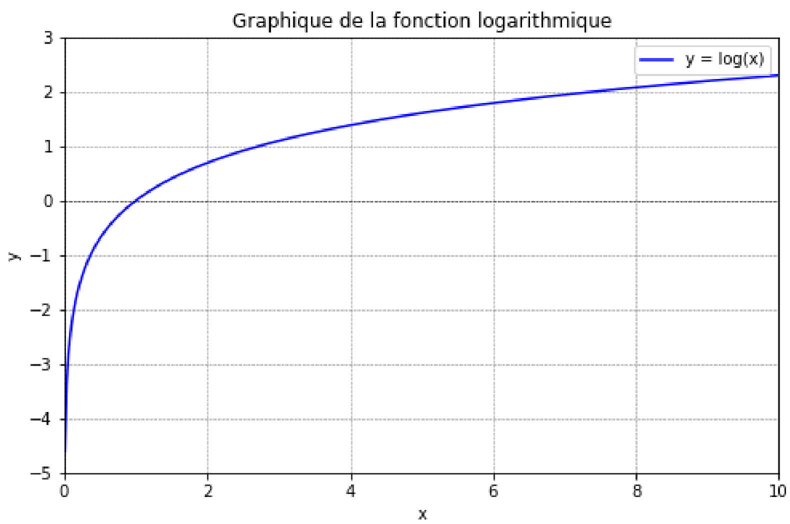
A Un peu de mathématiques

A.1 La fonction Logarithme

Définition

La fonction $f(x) = log(x)$ est la fonction logarithmique.

Propriété



On remarque que :

- Si $x > 1$ alors $\log(x) > 0$
- Si $x < 1$ alors $\log(x) < 0$
- Si $x = 1$ alors $\log(x) = 0$

La fonction $f(x) = \log(x)$ a pour fonction réciproque, la fonction :

$$f^{-1}(x) = 10^x$$

Remarque

On peut donc aisément en conclure que :

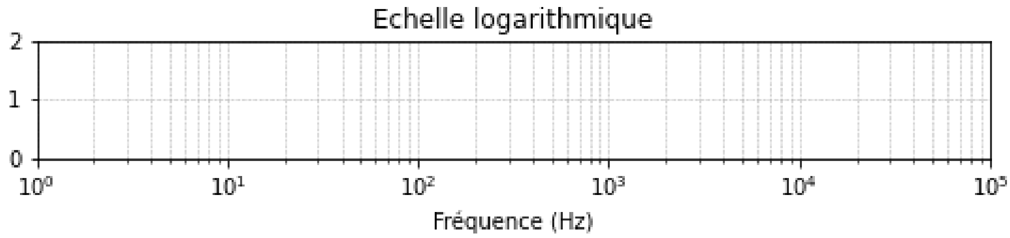
$$log(10^x) = x$$

A.2 L'echelle logaritmique

Propriété

La fréquence d'un signal sinusoïdal alternatif peut couvrir une large plage de valeurs, allant de 0 Hz à plusieurs dizaines de kHz. Dans ce contexte, une échelle linéaire n'est pas appropriée pour représenter ces variations. Il est donc préférable d'utiliser un axe logarithmique, qui permet de mieux illustrer les changements sur plusieurs ordres de grandeur de la fréquence du signal.

✔ Exemple



Placer sur ce graphe les fréquences de : $300 Hz$, $4000 Hz$, $60 kHz$.

IV Niveau de puissance d'un signal

Les puissances des signaux radiofréquences se situent souvent autour de 1 mW. Le niveau de puissance exprimé en décibels (dBm) permet de comparer la puissance moyenne du signal étudié à cette valeur de référence, 1 mW.

Définition

Le niveau de puissance, noté L, d'un signal peut se mesurer en dBm et est défini par la relation :

$$L = 10 \times \log_{10}\left(\frac{\langle P \rangle}{P_0}\right)$$

où :

- $\langle P \rangle$: puissance moyenne du signal étudié, en watts.
- $P_0 = 1\,\text{mW}$: valeur de référence.
- L : niveau de puissance, exprimé en décibels (dBm).

Propriété

L'unité dBm signifie que la puissance moyenne du signal étudié est à x dBm au-dessus de 1 mW.

✔ Exemple

- 3 dBm indique que la puissance moyenne est 3 dBm au-dessus de 1 mW, soit : $\langle P \rangle = 2\,\text{mW}$
- -3 dBm signifie que la puissance moyenne est 3 dBm en dessous de 1 mW, soit : $\langle P \rangle = 0.5\,\text{mW}$
- 6 dBm indique que la puissance moyenne est 6 dBm au-dessus de 1 mW, soit : $\langle P \rangle = 4\,\text{mW}$

Méthode 2 : Construire la grandeur dBm

Grandeur étudiée	Référence	Grandeur adimensionnée	Grandeur en dBm	Unité
$\langle P \rangle$	$P_0 = 1 \times 10^{-3}\,\text{W}$	$\log_{10}\left(\frac{\langle P \rangle}{P_0}\right)$	$L = 10 \times \log_{10}\left(\frac{\langle P \rangle}{P_0}\right)$	dBm

Attention !

Pour garantir la validité de vos calculs, assurez-vous que $\langle P \rangle$ et P_0 sont exprimés dans la même unité.

Application

Isoler la grandeur $\langle P \rangle$:
Pour isoler $\langle P \rangle$ dans la formule du niveau de puissance, on commence avec l'équation :

$$L = 10 \times \log_{10}\left(\frac{\langle P \rangle}{P_0}\right)$$

La première étape consiste à éliminer le facteur de 10 devant le logarithme. Pour ce faire, on divise chaque côté de l'équation par 10 :

$$\frac{L}{10} = \log_{10}\left(\frac{\langle P \rangle}{P_0}\right)$$

Pour éliminer le logarithme, on utilise la puissance de 10.

$$\frac{\langle P \rangle}{P_0} = 10^{\frac{L}{10}}$$

Maintenant, pour isoler $\langle P \rangle$, on multiplie les deux côtés de l'équation par P_0 :

$$\langle P \rangle = P_0 \times 10^{\frac{L}{10}}$$

Cette relation est souvent utilisée dans les examens et les exercices, ce qui en fait une compétence essentielle à maîtriser.

V Puissance active et spectre

Il faut aussi être capable de calculer toutes les grandeurs précédentes à partir du spectre en fréquence des signaux.

Rappel

Soit la décomposition en série de Fourier d'un signal $x(t)$ périodique, de fréquence f_0, telle que :

$$x(t) = \langle x \rangle + A_0 \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) + A_1 \cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) + A_2 \cos(2\pi f_2 t + \varphi_2) + \cdots$$

où $f_n = n \times f_0$, $n \in \mathbb{N}^*$.

- A_n : amplitude de l'harmonique de rang n, en volt.
- $\langle x \rangle$: valeur moyenne du signal, en volt.
- f_n : fréquence de l'harmonique de rang n, en hertz.

Définition

Lorsque l'on connaît les amplitudes des harmoniques et la valeur moyenne du signal, la puissance moyenne (ou puissance active) reçue par un conducteur ohmique de résistance R (puissance provenant du signal périodique) se détermine ainsi :

$$\langle P(t) \rangle = \frac{\langle x \rangle^2}{R} + \frac{A_0^2}{2R} + \frac{A_1^2}{2R} + \frac{A_2^2}{2R} + \cdots$$

où :

- A_n : amplitude de l'harmonique de rang n, en volt.
- $\langle x \rangle$: valeur moyenne du signal, en volt.
- R : résistance du conducteur ohmique, en ohms (Ω).