Filtres linéaires passifs d'ordre 1 - transmittance isochrone

Plan du cours

Exercices

Voir fiche TD
Voir activités et TP

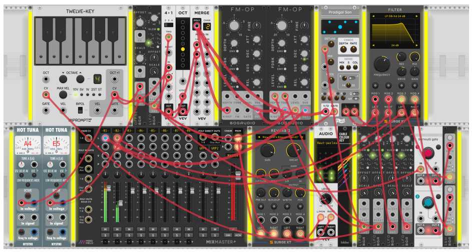
Tous les cours en ligne !

PhysicSensei.fr

I Introduction aux filtres dans le domaine des synthétiseurs modulaires

Application

Un synthétiseur modulaire est un type de synthétiseur analogique ou numérique composé de plusieurs modules indépendants, chacun ayant une fonction spécifique, comme la génération de sons (oscillateurs), le traitement de signaux (filtres, amplificateurs), ou la modulation (générateurs de signaux de contrôle).



A Fonction de transfert

A.1 Circuit linéaire

Définition

Un circuit linéaire est un circuit réalisé avec des composants linéaires, c'est-à-dire des dipôles linéaires ou des composants électroniques fonctionnant dans leur domaine de linéarité.

A.2 Fonction de transfert - notion de gain et de phase

Définition

La fonction de transfert d'un circuit linéaire est la fonction de la variable complexe $j\omega$ telle que, pour un signal d'entrée $e(t)$ sinusoïdal de pulsation ω, le signal de sortie $s(t)$ en régime sinusoïdal est donné par :

$$\underline{s}(t) = \underline{H}(j\omega) \times \underline{e}(t)$$

Formule

La fonction <u>Gain</u> d'un filtre est donnée par :

$$G(\omega) = |\underline{H}(j\omega)|$$

Formule

La fonction <u>Phase</u> d'un filtre est donnée par :

$$\psi(\omega) = arg(H(j\omega))$$

Remarque

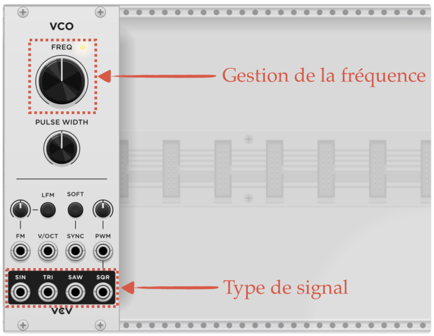
Ainsi :

$$\underline{H(j\omega)} = G(\omega)e^{j\psi(\omega)}$$

B Modules typiques de production musicale

B.1 Oscillateurs

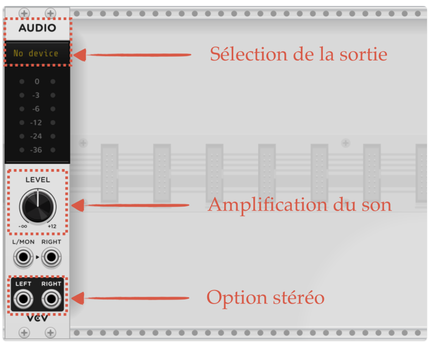
Propriété



Les oscillateurs sont des dispositifs utilisés pour générer des signaux périodiques. Dans les énoncés d'exercices, ces signaux sont souvent désignés par la fonction $e(t)$, qui représente le signal d'entrée. Selon le contexte, $e(t)$ peut correspondre à différents types de signaux : sinusoïdal, triangulaire, carré, etc. Ces oscillateurs jouent un rôle similaire à celui du GBF (Générateur Basse Fréquence) utilisé en travaux pratiques.

B.2 Module audio

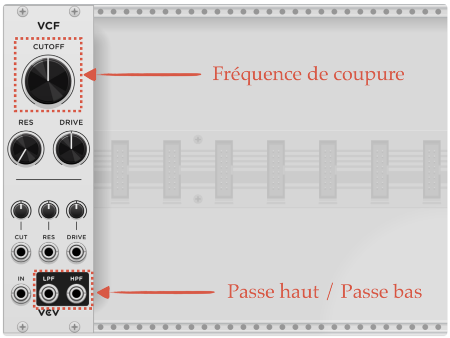
Propriété



Le module audio permet de gérer la sortie sonore $s(t)$ en offrant plusieurs options, telles que le mode stéréo, qui différencie les sons destinés à l'oreille droite et à l'oreille gauche. Il peut également jouer le rôle d'amplificateur, permettant ainsi de régler l'intensité du signal sonore. En travaux pratiques, ce module est généralement représenté par un haut-parleur.

B.3 Filtres

Propriété



Les filtres sont des systèmes utilisés pour traiter les signaux en sélectionnant certaines fréquences et en atténuant les autres. Dans les énoncés d'exercices, on s'intéresse souvent à leur action sur un signal d'entrée, noté $e(t)$, pour obtenir un signal de sortie, noté $s(t)$. Les filtres peuvent être classés en plusieurs catégories en fonction des fréquences qu'ils laissent passer. Ces dispositifs sont fréquemment étudiés pour leur capacité à isoler ou à supprimer certaines harmoniques du signal.

Vidéo explicative

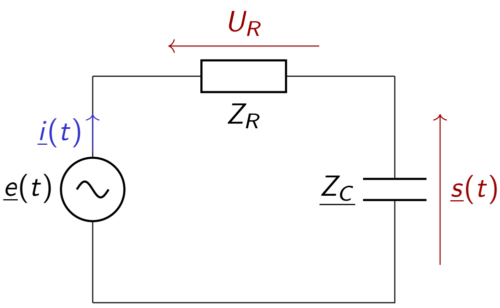
Une vidéo explicative est en ligne sur le site :

Physicsensei.fr › Informatique et animations › Utilisation des filtres en acoustique.

II Analyse théorique des filtres passifs

A Filtre passe-bas RC

A.1 Présentation du circuit



Le filtre passe-bas peut être réalisé avec un condensateur de capacité C et d'impédance $\underline{Z_C}$ branché en série avec une résistance R d'impédance Z_R.

- L'entrée du circuit se note $\underline{e}(t)$
- La sortie du circuit est prise aux bornes du condensateur, elle est notée $\underline{s}(t)$

A.2 Étude asymptotique du filtre

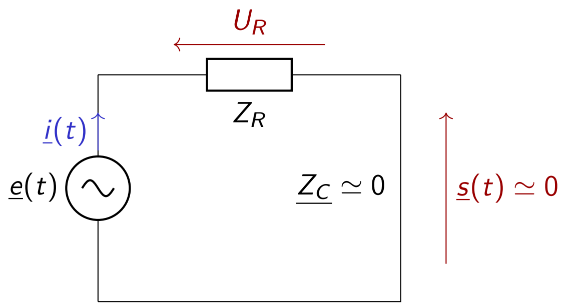
Rappel

Un condensateur possède une impédance complexe $\underline{Z_C} = \frac{1}{jC\omega}$.

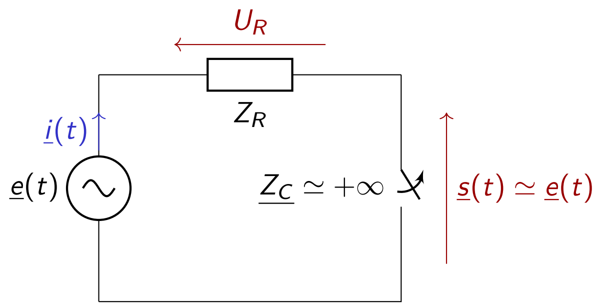
- Quand la fréquence est très faible, l'impédance du condensateur devient très élevée, il se comportement alors comme un interrupteur ouvert.
- Quand la fréquence est très élevée, l'impédance du condensateur devient très faible, il se comporte alors comme un fil de conduction.

Propriété

Quand $\omega \to +\infty$



Quand $\omega \to 0$



Nous pouvons ici rapidement voir le comportement du circuit dans les hautes et les basses fréquences.

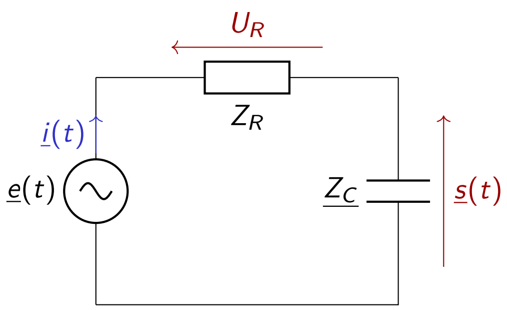
— Dans les hautes fréquences, la tension de sortie sera nulle.

— Dans les basses fréquences, la tension de sortie sera égale à la tension d'entrée.

On parlera à priori de filtre "passe-bas".

A.3 Calcul de la fonction de transfert

Application



Appliquer la formule du pont diviseur de tension et déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$

La formule du pont diviseur de tension est donnée par :

$$\underline{s}(t) = \underline{e}(t) \times \frac{Z_C}{Z_R + Z_C}, \tag{1}$$

où Z_R et Z_C sont respectivement les impédances de la résistance R et du condensateur C :

— Impédance de la résistance : $Z_R = R$

— Impédance du condensateur : $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$

La fonction de transfert $H(j\omega)$ est définie comme le rapport de la tension de sortie $\underline{s}(t)$ sur la tension d'entrée $\underline{e}(t)$:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{s}(t)}{\underline{e}(t)} = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C}. \tag{2}$$

Substituons les expressions des impédances dans la formule du pont diviseur :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \tag{3}$$

$$= \frac{\frac{1}{j\omega C} \times jC\omega}{(R + \frac{1}{j\omega C}) \times jC\omega} \tag{4}$$

$$= \frac{1}{Rj\omega C + 1}. \tag{5}$$

Remarque

En reprenant des valeurs extrêmes de ω, la fonction de transfert obtenue correspond bien à la prédiction asymptotique.

A.4 Forme canonique et pulsation de coupure

Définition

La forme canonique est une manière d'exprimer la fonction de transfert, où les termes sont réécrits en fonction d'une pulsation caractéristique du circuit, appelée pulsation de coupure.

La pulsation de coupure ω_c (ou la fréquence de coupure $f_c = \frac{\omega_c}{2\pi}$) correspond à la fréquence à laquelle le gain du filtre chute à $\frac{1}{\sqrt{2}}$ de sa valeur maximale. Cela marque la transition entre les fréquences bien transmises (basses fréquences) et les fréquences atténuées (hautes fréquences).

Formule

La forme canonique de la fonction de transfert d'un filtre passe-bas est donné par la formule :

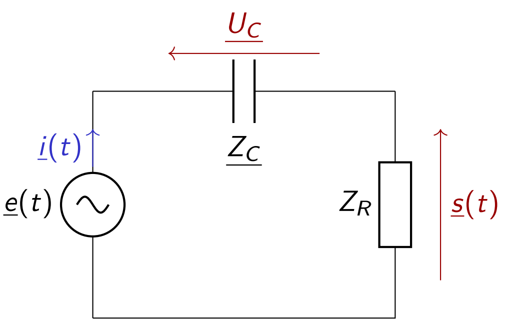
$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} = \frac{1}{Rj\omega C + 1}, \tag{6}$$

avec $\omega = 2\pi f$ la pulsation et ω_c la pulsation de coupure.
Donc :

$$\omega_c = \frac{1}{RC} \quad ; \; f_c = \frac{1}{2\pi RC} \tag{7}$$

B Filtre passe-haut CR

B.1 Présentation du circuit

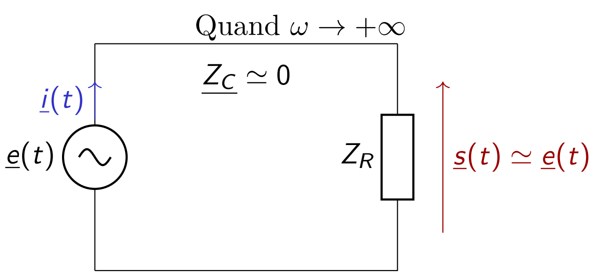


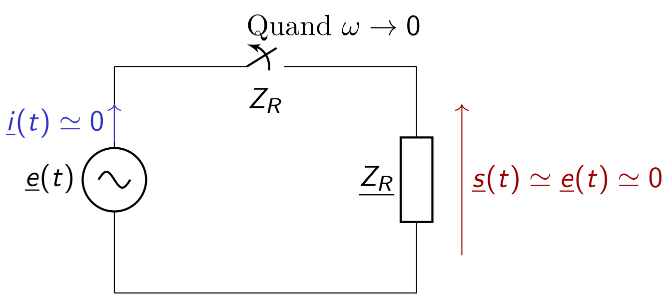
Le filtre passe-haut peut être réalisé avec un condensateur C placé en série avec une résistance R.

- L'entrée du circuit se note $\underline{e}(t)$
- La sortie du circuit est prélevée aux bornes de la <u>résistance</u> et est notée $\underline{s}(t)$

B.2 Étude asymptotique

Propriété





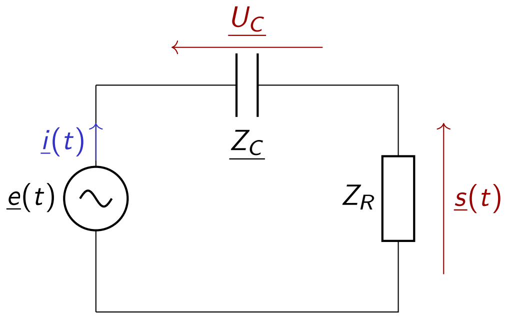
Nous pouvons ici rapidement voir le comportement du circuit dans les hautes et les basses fréquences.

- Dans les hautes fréquences, la tension de sortie sera égale à la tension d'entrée.
- Dans les basses fréquences, le circuit est ouvert, le courant comme les tensions sont nulles.

On parlera à priori de filtre "passe-haut".

B.3 Calcul de la fonction de transfert

Application



Appliquer la formule du pont diviseur de tension et déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$

La formule du pont diviseur de tension est donnée par :

$$\underline{s}(t) = \underline{e}(t) \times \frac{Z_R}{Z_R + \underline{Z_C}}, \tag{8}$$

où Z_R et Z_C sont les impédances de la résistance et du condensateur :

— $Z_R = R$

— $\underline{Z_C} = \frac{1}{j\omega C}$

La fonction de transfert $H(j\omega)$ est définie comme le rapport de la tension de sortie $\underline{s}(t)$ sur la tension d'entrée $\underline{e}(t)$:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{s}(t)}{\underline{e}(t)} = \frac{Z_R}{\underline{Z_C} + Z_R}. \tag{9}$$

Substituons ces valeurs dans l'expression :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{Z_R}{Z_R + Z_C} \tag{10}$$

$$= \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} \times \frac{j\omega C}{j\omega C} \tag{11}$$

$$= \frac{R \times j\omega C}{1 + j\omega RC}. \tag{12}$$

B.4 Forme canonique et pulsation de coupure

Formule

La fonction de transfert d'un filtre passe-haut en forme canonique est donnée par :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{j\frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}, \tag{13}$$

Donc :

$$\omega_c = \frac{1}{RC} \qquad ; \; f_c = \frac{1}{2\pi RC} \tag{14}$$

Méthode 1 : Étudier un filtre quelconque

1. Représenter les tensions et courants sur le circuit et identifier $\underline{e}(t)$ (l'entrée) et $\underline{s}(t)$ (la sortie).
2. Transformer les condensateurs et bobines en leurs équivalents sous hautes fréquences et basses fréquences.
3. Interpréter le fonctionnement du filtre pour des fréquences extrêmes.
4. Calculer la fonction de transfert à partir des lois générales de l'électricité (pont diviseur, loi d'ohm, loi des mailles, lois des noeuds etc.)
5. Utiliser la forme canonique pour extraire la pulsation de coupure, puis la fréquence de coupure du filtre.