
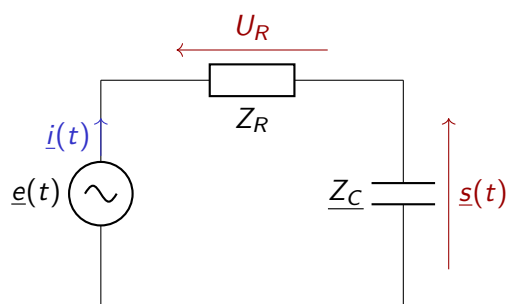


Diagramme de Bode - Entre filtre idéal et réel

☰ Plan du cours		✍ Exercices
I	Introduction : Filtres Théoriques vs Filtres Réels Exemple du filtre passe-bas A.1 Filtre idéal 2 A.2 Filtre réel 2 Application	🏠 Voir fiche TD 🏠 Voir activités et TP 🌐 Tous les cours en ligne !
II	Le gain en décibel 3 Définition & cas simple A.1 Gain statique et gain en hautes fréquences 4 A.2 Méthode de résolution 4 A.3 Cas d'un filtre passe bas d'ordre 1 4 -3dB : une valeur de gain particulière	<div style="text-align: center;"> <p>PhysicSensei.fr</p>  </div>
III	Le diagramme de Bode d'un système 5	
IV	Lecture d'un diagramme de Bode 5 Pour la courbe de gain en décibel A.1 Repérer la fréquence de coupure 5 A.2 Trouver la bande passante du filtre 6 A.3 Observation des pentes caractéristiques (en dB/décade) . 6 A.4 Conversion dB/décade en dB/octave 6 A.5 Lien entre pente et ordre du filtre 6 Pour la courbe de Phase B.1 Détermination de l'ordre d'un système filtrant 7	
V	Exercice d'application 7	

I Introduction : Filtres Théoriques vs Filtres Réels

A Exemple du filtre passe-bas



✍ Quelle est la formule de la fréquence de coupure d'un tel filtre ?

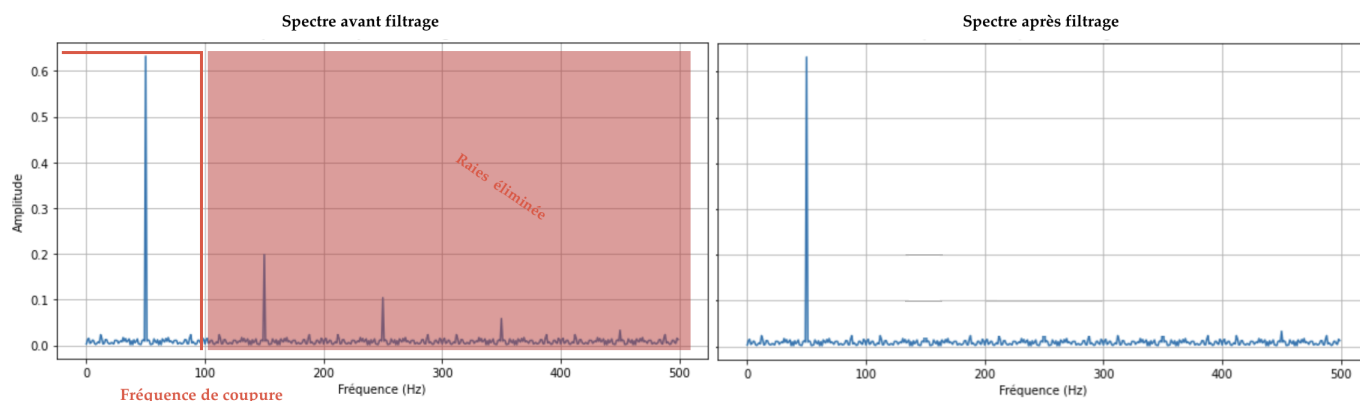
Pour un filtre passe bas d'ordre 1, il est démontré dans les chapitres précédents que la fréquence de coupure s'exprime via la formule :

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

Un filtre passe-bas construit avec $R = 1 \text{ k}\Omega$ et $C = 1 \mu\text{F}$ donne une fréquence de coupure théorique de $f_c = 159\text{Hz}$

A.1 Filtre idéal

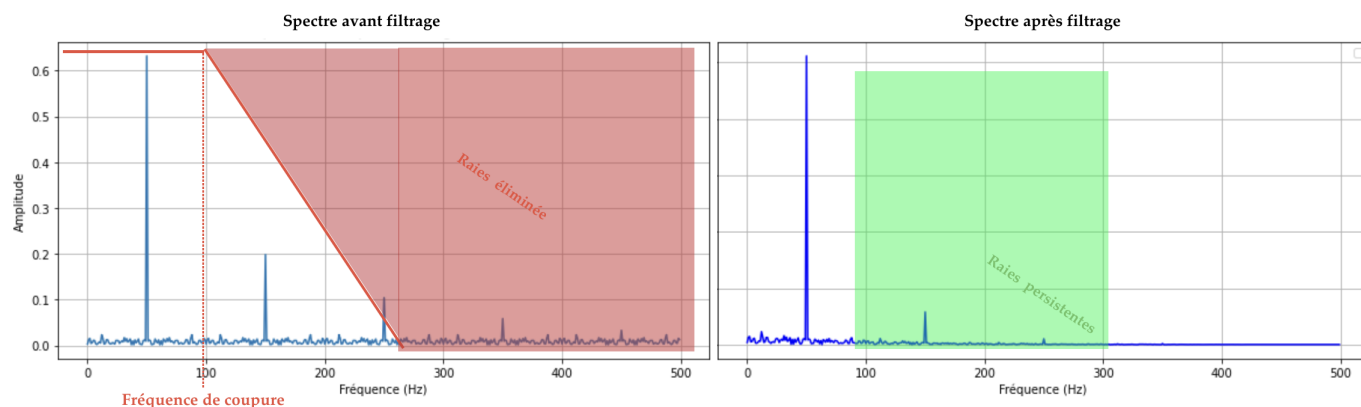
On envoie un signal carré dans le système précédant (que nous considérons comme idéal). Nous regardons le spectre du signal en sortie :



Toutes les harmoniques dont les fréquences sont plus élevées que la fréquence de coupure sont éliminées.

A.2 Filtre réel

On envoie le même signal carré dans le système précédant (que nous considérons comme réel). Nous regardons le spectre du signal en sortie :



Il existe des harmoniques dont les fréquences sont plus élevées que la fréquence de coupure.

B Application

Exercice 1 Idéal ou non ?



Q1 Pour chacun des systèmes suivants, indiquez s'il s'agit d'un filtre : **pas**-bas, **pas**-haut, **pas**-bande ou **coupe**-bande. Indiquez également s'il s'agit de filtres idéaux ou de filtres réels.

Système	Spectre du signal d'entrée	Spectre du signal de sortie	Nature du filtrage
A			
B			
C			
D			
E			

Objectif

L'objectif du chapitre est de comprendre comment le diagramme de Bode permet d'analyser ces différences entre filtres réels et filtres idéaux.

II Le gain en décibel

A Définition & cas simple

X¹ Formule

Le gain en décibel d'un système est défini à partir du module de sa transmittance isochrone :

$$G_{dB} = 20 \log_{10} (|H(j\omega)|)$$

Remarque

On peut calculer le gain en tension $|H(j\omega)|$ à partir de la formule réciproque :

$$|H(j\omega)| = 10^{\frac{G_{dB}}{20}}$$

Propriété

Si pour une fréquence du signal d'entrée fixée, le gain en décibel est strictement positif $G_{dB} > 0$, alors le système est amplificateur à cette fréquence.

Si pour une fréquence du signal d'entrée fixée, le gain en décibel est strictement négatif $G_{dB} < 0$, alors le système est atténuateur à cette fréquence.

Si pour une fréquence du signal d'entrée fixée, le gain en décibel est nul $G_{dB} = 0$ dB, alors le système est passeur à cette fréquence.

A.1 Gain statique et gain en hautes fréquences

Définition

Pour un filtre passe-bas, G_{dB} est la valeur du gain statique (quand ω tend vers 0 rad/s).

Pour un filtre passe-haut, G_{dB} est la valeur du gain à hautes fréquences (quand ω tend vers $+\infty$).

A.2 Méthode de résolution

Méthode 1 : Marche à suivre pour étudier un système filtrant

1. Calcul du module de la transmittance isochrone.
2. Calcul du gain en dB.
3. Simplifier au maximum l'expression numérique du gain en dB.
4. Analyser le comportement pour $\omega \ll \omega_c$, pour $\omega \gg \omega_c$ et pour $\omega = \omega_c$
5. Conclure.

A.3 Cas d'un filtre passe bas d'ordre 1

On considère un filtre passe-bas du premier ordre dont la fonction de transfert est donnée par :

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

1. Calcul module de la fonction de transfert est :

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$$

2. Calcul du gain en dB :

$$G_{dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} \right)$$

3. Simplification :

$$G_{dB} = -10 \log_{10} \left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right)$$

4. Analyse du comportement :
À basse fréquence ($\omega \ll \omega_c$) :

$$G_{dB} \approx 0 \text{ dB}$$

⇒ Le filtre laisse passer les basses fréquences.

À la fréquence de coupure ($\omega = \omega_c$) :

$$G_{dB} = -10 \log_{10}(2) \approx -3 \text{ dB}$$

⇒ Le signal est atténué de 3 dB.

À haute fréquence ($\omega \gg \omega_c$) :

$$G_{dB} \approx -20 \log_{10} \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)$$

- ⇒ La pente du diagramme de Bode devient -20 dB/décade.
5. Conclusion, un filtre passe-bas du premier ordre :
- Atténue progressivement les hautes fré-

quences.

- Réduit le gain de -3 dB à la fréquence de coupure.
- Présente une pente de -20 dB/décade en régime haute fréquence.

B -3dB : une valeur de gain particulière

Propriété

Un gain en décibel G_{dB} d'une valeur de -3 dB signifie que :

- la puissance active du signal (entre l'entrée et la sortie) a été divisée par 2,
- l'amplitude du signal (entre l'entrée et la sortie) a été divisée par $\sqrt{2}$.

Une variation de -3 dB du gain G_{12} correspond à :

- une puissance du signal de sortie P divisée par 2,
- une amplitude du signal de sortie $U_{\#}$ divisée par $\sqrt{2}$.

III Le diagramme de Bode d'un système

Définition

Le diagramme de Bode d'un système est une représentation graphique de la transmittance isochrone complexe $H(j\omega)$ de ce système.

Remarque

Comme $H(j\omega)$ est un nombre complexe, on choisit de le représenter à l'aide de deux graphes :

- 1er graphe : le gain en décibels G_{dB} (lié à l'amplification H du système), en fonction de la pulsation ω du signal d'entrée.
- 2ème graphe : le déphasage φ du signal de sortie par rapport au signal d'entrée (c'est-à-dire l'argument de $H(j\omega)$) en fonction de la pulsation ω du signal d'entrée.

IV Lecture d'un diagramme de Bode

A Pour la courbe de gain en décibel

A.1 Repérer la fréquence de coupure

Méthode 2 : Trouver la fréquence de coupure

1. On détermine graphiquement la valeur maximale du gain du système, notée $G_{12,max}$.
2. On lui soustrait 3 dB : on calcule donc $G_{12,max} - 3$ dB.
3. Sur le graphe, on cherche le point (ou les points) de la courbe ayant pour ordonnée $G_{12,max} - 3$ dB. Son abscisse (ou leurs abscisses) a pour valeur ω_1 (ou ω_{c1} et ω_{c2}).

 Faire Q1 de l'exercice d'application

A.2 Trouver la bande passante du filtre

Définition

La bande passante d'un système (ou d'un filtre) est l'intervalle de fréquences pour lequel l'amplitude du signal de sortie est suffisante, généralement au-dessus de $\frac{1}{\sqrt{2}}$ de la valeur maximale de l'amplitude (ou à -3 dB de la valeur maximale en termes de gain en dB).

✍ Faire Q2 de l'exercice d'application

A.3 Observation des pentes caractéristiques (en dB/décade)

Méthode 3 : Trouver la pente caractéristique

1. Tracer les asymptotes à hautes fréquences et à basses fréquences.
2. Placer sur la pente deux points A et B sur la droite asymptotique distants d'une décade! (de fréquence ou pulsation séparées d'un facteur 10)
3. Appliquer la formule :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

✍ Faire Q3 de l'exercice d'application

A.4 Conversion dB/décade en dB/octave

Définition

Une décade correspond à un facteur de 10 en fréquence, tandis qu'une octave correspond à un facteur de 2 en fréquence.

La relation entre les deux est donc la suivante :

$$1 \text{ dB/décade} = \frac{1}{\log_{10}(2)} \text{ dB/octave} \approx 3.01 \text{ dB/octave.}$$

A.5 Lien entre pente et ordre du filtre

Formule

L'ordre du filtre se calcule à partir de la valeur de la pente en dB/décade :

$$pente = -20 \times \text{Ordre du filtre}$$

Donc :

$$\text{Ordre du filtre} = \frac{pente}{-20}$$

✍ Faire Q4 de l'exercice d'application

B Pour la courbe de Phase

B.1 Détermination de l'ordre d'un système filtrant

Méthode 4 : Trouver l'ordre d'un système filtrant

- Il faut déterminer graphiquement le domaine de variation du déphasage noté $\Delta\varphi$, en suivant la formule suivante :

φ_H : valeur du déphasage pour les hautes fréquences du signal d'entrée

$$\Delta\varphi = |\varphi_H - \varphi_B|$$

φ_B : valeur du déphasage pour les basses fréquences du signal d'entrée

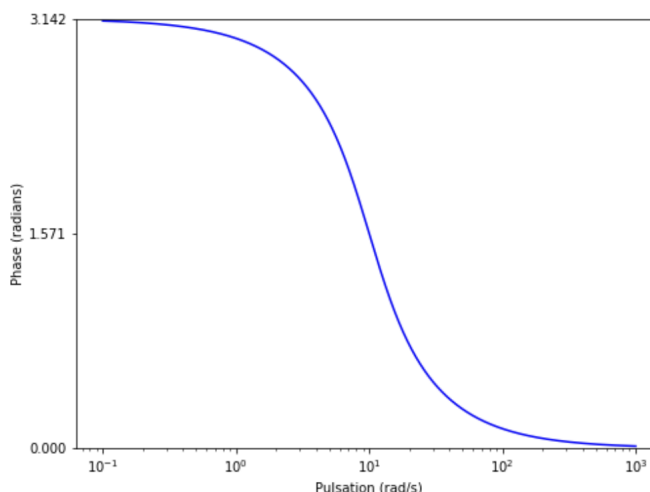
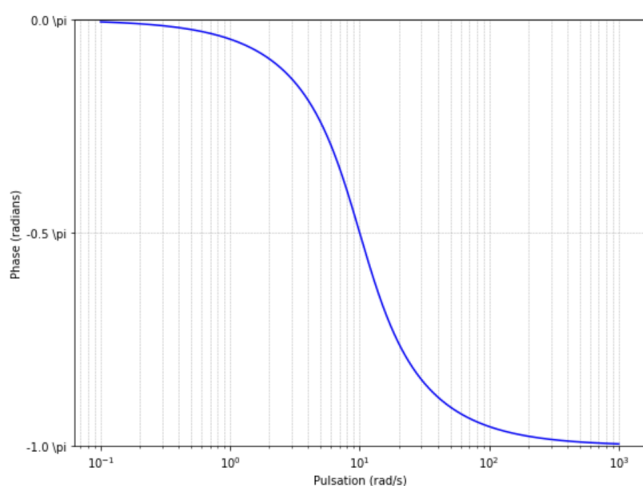
- On détermine enfin l'ordre n à l'aide de la formule suivante :

$$\Delta\varphi = n \times \frac{\pi}{2}$$

Exercice 2 Diagramme de Phase



Q1 Déterminer l'ordre des deux systèmes filtrants suivants :



V Exercice d'application

Exercice 3 Etude de plusieurs systèmes filtrants



- Trouver les fréquences de coupures de chaque graphes.
- Trouver la bande passante de chacun de ces systèmes
- Quelles sont les pentes des asymptotes pour chacun des systèmes ?
- L'ordre de chacun des filtres est-il le bon ?

