

Capacités exigibles

- Maîtriser la notion de chiffres significatifs et savoir les conserver lors des calculs.
- Distinguer erreur aléatoire et erreur systématique.
- Savoir calculer une incertitude-type (type A) à partir d'une série de mesures répétées.
- Savoir évaluer une incertitude (type B) à partir des données constructeur ou d'une demi-division.
- Savoir propagated les incertitudes en addition, produit, rapport et cas général.
- Présenter un résultat de mesure sous la forme $x = \bar{x} \pm U(x)$, niveau de confiance 95%.
- Écrire le résultat en notation scientifique avec le bon nombre de chiffres significatifs.

Version Numérique :

Ce cours est disponible en **version numérique**.
Vous pouvez y accéder en scannant le **QR Code**
ci-contre :



I Chiffres significatifs

A Notation scientifique, force et intérêts

Pourquoi la notation scientifique ?

En sciences et en ingénierie, on manipule des grandeurs allant de l'infiniment petit (taille d'un atome $\approx 10^{-10}$ m, charge de l'électron) à l'infiniment grand (distance Terre-Soleil, masse du Soleil). Écrire ces nombres avec toutes leurs décimales serait long, peu lisible et source d'erreurs. La **notation scientifique** permet d'écrire n'importe quel nombre de façon compacte, en faisant apparaître immédiatement son **ordre de grandeur** et ses **chiffres significatifs**.

Définition : Notation scientifique

Un nombre est écrit en notation scientifique lorsqu'il se présente sous la forme :

$$x = a \times 10^n$$

avec $1 \leq a < 10$ (la **mantisse**) et $n \in \mathbb{Z}$ (l'**exposant**, appelé aussi **ordre de grandeur** lorsque a est proche de 1).

Exemple

- $6500 = 6,5 \times 10^3$
- $0,00042 = 4,2 \times 10^{-4}$
- $12,3 \times 10^5$ n'est **pas** en notation scientifique (la mantisse doit être < 10) : on écrit $1,23 \times 10^6$.

A-1 Les puissances de 10

Propriété : Règles de calcul sur les puissances de 10

$$10^n \times 10^p = 10^{n+p} \quad \frac{10^n}{10^p} = 10^{n-p} \quad (10^n)^p = 10^{n \times p} \quad 10^{-n} = \frac{1}{10^n} \quad 10^0 = 1$$

Exemple

$$10^3 \times 10^{-5} = 10^{-2} \quad \frac{10^8}{10^3} = 10^5 \quad (10^2)^3 = 10^6$$

Methode : Multiplier ou diviser deux nombres écrits en notation scientifique

On multiplie (ou on divise) séparément les mantisses entre elles et les puissances de 10 entre elles, puis on remet, si besoin, le résultat sous forme scientifique (mantisse comprise entre 1 et 10).

 Exemple

$$(3,0 \times 10^4) \times (2,0 \times 10^{-6}) = 6,0 \times 10^{-2}$$

$$(8,4 \times 10^7) \div (2,1 \times 10^3) = 4,0 \times 10^4$$

$$(4,0 \times 10^5) \times (5,0 \times 10^2) = 20 \times 10^7 = 2,0 \times 10^8 \quad (\text{on ajuste la mantisse})$$

**Exercice 1****Puissances de 10 — application directe (★)**

Q1 Simplifier : $10^4 \times 10^{-7}$

Q2 Simplifier : $\frac{10^{-3}}{10^5}$

Q3 Simplifier : $(10^{-2})^4$

Q4 Écrire en notation scientifique : 4 560 000

Q5 Écrire en notation scientifique : 0,0000078

Q6 Effectuer et donner le résultat en notation scientifique : $(2,0 \times 10^3) \times (3,0 \times 10^5)$

Q7 Effectuer et donner le résultat en notation scientifique : $(9,6 \times 10^8) \div (3,2 \times 10^2)$

A-2 Les conversions et unités**Préfixes du Système International**

Pour éviter d'écrire une puissance de 10 à chaque fois, on utilise des **préfixes** qui multiplient l'unité de base par une puissance de 10 fixée.

Préfixe	Symbole	Puissance	Préfixe	Symbole	Puissance
téra	T	10^{12}	déci	d	10^{-1}
giga	G	10^9	centi	c	10^{-2}
méga	M	10^6	milli	m	10^{-3}
kilo	k	10^3	micro	μ	10^{-6}
hecto	h	10^2	nano	n	10^{-9}
déca	da	10^1	pico	p	10^{-12}

FIGURE 1 – Préfixes du Système International d'unités

Methode : Convertir une unité

Pour convertir une grandeur exprimée avec un préfixe vers l'unité de base (ou l'inverse) :

1. Remplacer le préfixe par la puissance de 10 correspondante.
2. Effectuer le calcul, puis remettre le résultat sous forme scientifique si besoin.

On veille toujours à conserver le nombre de chiffres significatifs lors de la conversion.

Exemple

- $12,5 \text{ mA} = 12,5 \times 10^{-3} \text{ A} = 1,25 \times 10^{-2} \text{ A}$
- $4,70 \text{ k}\Omega = 4,70 \times 10^3 \Omega$
- $250 \text{ ns} = 250 \times 10^{-9} \text{ s} = 2,50 \times 10^{-7} \text{ s}$
- $3,2 \text{ cm}^2 = 3,2 \times (10^{-2} \text{ m})^2 = 3,2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ (attention à l'exposant lors des conversions de surface et de volume!)

Attention : Conversions de surfaces et de volumes

Lors de la conversion d'une unité de surface ou de volume, il faut élever le facteur de conversion à la puissance correspondante (2 pour une surface, 3 pour un volume) : $1 \text{ cm}^2 = (10^{-2} \text{ m})^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$, et $1 \text{ cm}^3 = (10^{-2} \text{ m})^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$.



Exercice 2

Conversions d'unités — application directe (★)

Q1 Convertir 56 mV en V (notation scientifique).

Q2 Convertir 3,4 k Ω en Ω .

Q3 Convertir 850 nA en A.

Q4 Convertir 2,0 MHz en Hz.

Q5 Convertir 45 cm en m.

Q6 Convertir 12 cm^2 en m^2 .

Q7 Convertir 500 cm^3 en m^3 , puis en litres (on rappelle $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$).

B Définition

Pourquoi les chiffres significatifs ?

Chaque mesure physique est entachée d'erreur. Il est donc essentiel de ne présenter que les chiffres qui ont un sens physique. Les autres chiffres sont des artefacts de calcul et ne doivent pas être conservés.

Définition : Chiffres significatifs

Les chiffres significatifs sont très importants dans l'écriture d'un résultat.

Les zéros sont :

- non-significatifs s'ils sont à gauche du premier chiffre non-nul.
- significatifs sinon.

Tout les autres chiffres sont significatifs.

Exemple

- 3,0 a **deux** chiffres significatifs (le zéro final est significatif).
- 5,06 a **3** chiffres significatifs.
- 0,002 a **un seul** chiffre significatif (les deux zéros à gauche ne le sont pas).

Exercice 3 Nombre de chiffres significatifs (★)

Q1 Combien de chiffres significatifs comportent les valeurs suivantes ?

- 12,4
- 0,0305
- 2,00
- 1500
- $1,500 \times 10^3$
- 0,70

Q2 Réécrire 0,04010 en notation scientifique en conservant le bon nombre de chiffres significatifs.

Attention : Conversion d'unités

Lors des conversions d'unités ou de passage d'unités à leurs multiples ou sous-multiples, il faut veiller à la **conservation du nombre de chiffres significatifs**.

C Calculs et chiffres significatifs

Methode : Multiplier ou diviser

Le résultat d'une multiplication ou d'une division a autant de **chiffres significatifs** qu'en a la mesure la moins précise utilisée dans le calcul.

Exemple

Calcul de l'aire d'un rectangle de côté 15,5 cm et 17,04 cm :

$$A = 15,5 \times 17,04 = 264,12 \quad (\text{à la calculatrice}).$$

La mesure la moins précise est 15,5 cm (3 cs). On garde donc 264 (3 chiffres significatifs en arrondissant). L'aire de ce rectangle vaut **264 cm²**.

Exercice 4 Multiplier / diviser (★)

Q1 Donner le résultat de $3,2 \times 4,56$ avec le bon nombre de chiffres significatifs.

Q2 Donner le résultat de $\frac{125}{4,0}$ avec le bon nombre de chiffres significatifs.

Q3 Donner le résultat de $2,00 \times 3,14159$ avec le bon nombre de chiffres significatifs.

Methode : Additionner ou soustraire

Le résultat d'une addition ou d'une soustraction a autant de **décimales** qu'en a la mesure la moins précise utilisée dans le calcul.

 Exemple

Calcul du périmètre d'un rectangle de côté 5,5 cm et 17,04 cm :

$$P = 5,5 \times 2 + 17,04 \times 2 = 45,08 \quad (\text{à la calculatrice}).$$

La mesure la moins précise est 5,5 cm (1 décimale). On garde donc 45,1. Le périmètre de ce rectangle vaut **45,1 cm**.

**Exercice 5** Additionner / soustraire (★)

- Q1** Donner le résultat de $12,45 + 3,2$ avec le bon nombre de décimales.
- Q2** Donner le résultat de $102,6 - 15,47$ avec le bon nombre de décimales.
- Q3** Donner le résultat de $5,0 + 2,35 + 0,126$ avec le bon nombre de décimales.

 Propriété : Conserver les chiffres significatifs durant le calcul

Pour éviter les erreurs dues à la propagation des arrondis, **tous les chiffres significatifs sont conservés lors du calcul**. Ce n'est que dans l'écriture finale du résultat que l'on adapte le nombre de chiffres significatifs.

 Exemple

Calcul du volume d'une pyramide à base rectangulaire. Le rectangle de base est de côté 15,5 cm et 17,04 cm. La hauteur de la pyramide est de 24,6 cm.

La formule est $V = \frac{1}{3}Bh$ où B est l'aire de la base et h la hauteur. En utilisant la valeur arrondie $B = 264 \text{ cm}^2$, on trouve : $V = \frac{1}{3} \times 264 \times 24,6 = 2,16 \times 10^3 \text{ cm}^3$ (erreurs d'arrondis propagées).

Il faut donc réaliser le calcul avec tous les chiffres : $V = \frac{1}{3} \times 264,12 \times 24,6 = 2165,784 \text{ cm}^3$. On garde 3 chiffres significatifs : $V = \mathbf{2,17} \times 10^3 \text{ cm}^3$.

✎ Exercice 6 Chiffres significatifs (★)

Q1 Une graduée donne $L = 12,5$ cm et une autre donne $l = 8,20$ cm. Calculer le périmètre $P = 2L + 2l$ en conservant le bon nombre de décimales.

Q2 Calculer l'aire $A = L \times l$ en conservant le bon nombre de chiffres significatifs.

Q3 Un courant $I = 0,052$ A traverse une résistance $R = 470 \Omega$. Calculer la puissance $P = RI^2$ en conservant le bon nombre de chiffres significatifs.

II Erreur de mesure

A Définition de l'erreur

Qu'est-ce qu'une erreur de mesure ?

Mesurer une grandeur (un courant, une tension, mais aussi une masse, le taux sanguin d'une espèce chimique) est une activité fondamentale du scientifique et de l'ingénieur. Il ne s'agit pas seulement de rechercher la valeur numérique de la grandeur, mais aussi de lui **associer une incertitude** afin d'évaluer la qualité de la mesure. La science de la mesure et ses applications constitue la **métrologie**.

📖 Définition : Erreur de mesure

L'**erreur de mesure** correspond à la différence entre la valeur mesurée et la valeur vraie.

$$\text{erreur} = \text{valeur mesurée} - \text{valeur vraie}$$

La valeur vraie est en général inconnue (puisque l'on cherche précisément à la mesurer).

B Erreur de mesure aléatoire

Définition : Erreur aléatoire

Lorsqu'un même opérateur répète plusieurs fois la mesure d'une même grandeur, les valeurs mesurées peuvent être différentes. Ce phénomène, détectable par une étude statistique, est appelé **erreur de mesure aléatoire**.

Cette dispersion des mesures est due à la qualité de la mesure réalisée par l'opérateur et à la qualité de l'instrument de mesure.

Exemple

Lorsque l'on mesure la période d'oscillation d'un pendule en opérant avec un chronomètre, on constate que l'on trouve des résultats légèrement différents lorsque l'on répète les mesures. Ces différences sont essentiellement dues au **retard au déclenchement du chronomètre**.

Il n'est pas possible de compenser l'erreur aléatoire, mais elle peut être **réduite en augmentant le nombre d'observations**.

C Erreur de mesure systématique

Définition : Erreur systématique

Un appareil défectueux (chronomètre indiquant toujours des temps trop faibles), mal étalonné ou utilisé incorrectement (oubli d'un paramètre, température, résistance interne des appareils) conduit à des valeurs éloignées de la valeur vraie. On parle d'**erreur de mesure systématique**.

Propriété : Caractéristiques

Les erreurs systématiques sont **difficiles à détecter a priori**, mais une fois détectées, on peut souvent les **corriger** (en prenant en compte le paramètre oublié par exemple).

D Illustration : tir sur une cible

⚠ Attention : Les quatre situations de tir

La figure ci-dessous illustre les notions d'erreurs aléatoires et systématiques.

1. Tous les impacts proches du centre : **faible erreur aléatoire, faible erreur systématique.**
2. Impacts très étalés, mais centrés en moyenne sur la cible : **forte erreur aléatoire, faible erreur systématique.**
3. Impacts groupés mais loin du centre : **faible erreur aléatoire, forte erreur systématique.**
4. Impacts étalés et loin du centre : **forte erreur aléatoire, forte erreur systématique.**

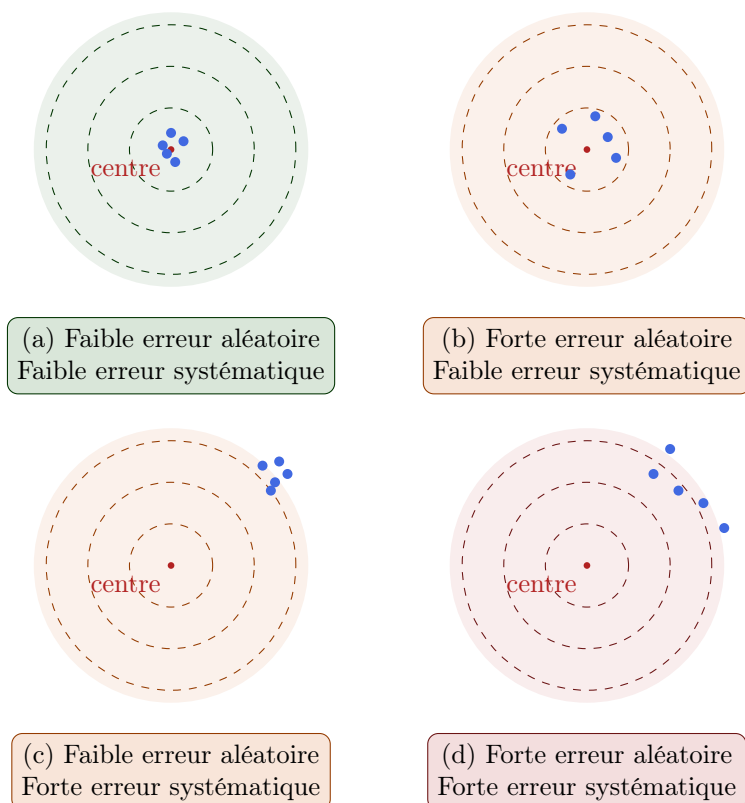


FIGURE 2 – Erreurs aléatoires et systématiques (tir sur une cible)

🔗 Propriété : Intervalle de confiance

Une fois que toutes les sources d'erreurs systématiques connues ont été prises en compte ou éliminées, on prend comme **meilleure estimation** de la grandeur la **valeur moyenne** des mesures, notée $\bar{x}$. Et on évalue la qualité grâce à la notion d'**incertitude**.

III Incertitude

Définition de l'incertitude

L'**incertitude** Δx a pour but d'estimer l'erreur de mesure sur la grandeur x . Seule l'erreur aléatoire est estimée par l'incertitude.

Remarque

La qualité de la mesure est d'autant meilleure que l'incertitude Δx est **petite**.

A Présentation d'un résultat expérimental

♥ Formule : Présentation standard

Un résultat expérimental de mesure de la grandeur x se présente sous la forme :

$$x = (\bar{x} \pm \Delta x) \text{unité}$$

Exemple

Le résultat d'une mesure à l'aide d'une voltmètre affichant 2.0 Volt associée à une incertitude valant 0.4 Volt s'écrit :

$$U = (2,0 \pm 0,4)V$$

⚠ Attention : Règles d'écriture

- L'incertitude étant toujours évaluée, on garde au plus **deux chiffres significatifs** pour celle-ci.
- Les arrondis de la valeur mesurée se font **au plus proche** ; l'arrondi de l'incertitude se fait **par excès**.
- Le dernier chiffre significatif de la valeur mesurée doit être **cohérent** avec l'incertitude. Si l'on écrit $15,3854 \pm 0,5$, les chiffres décimaux 854 n'ont aucun sens : il faut écrire **$15,4 \pm 0,5$** .

📄 Définition : Incertitude relative

L'incertitude relative est définie par $\frac{\Delta x}{|x|} \times 100$, exprimée en pourcentage.

B Incertitude de type A (approche statistique)

Quand utiliser le type A ?

Lorsqu'un opérateur effectue un nombre n de fois la même mesure, il peut trouver des résultats différents à chaque fois. On utilise alors les **statistiques** (moyenne, écart-type) pour estimer l'incertitude.

Remarque

Logiciels de traitement Les logiciels de traitement de données (Microsoft Excel, Libre Office Calc, Synchronie) ou les calculatrices fournissent la moyenne et l'écart-type.

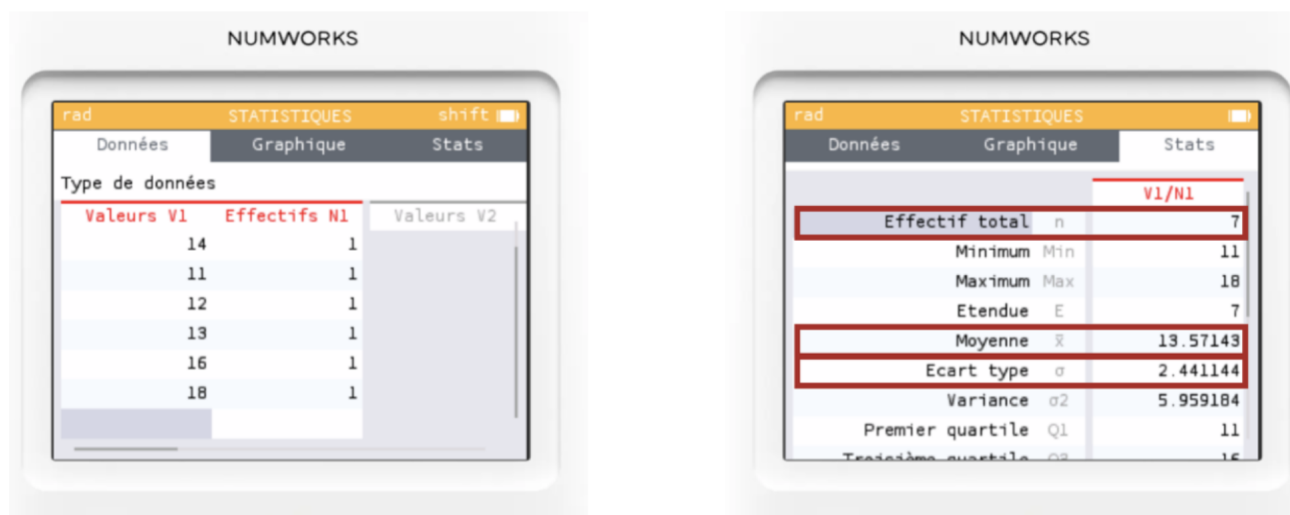


FIGURE 3 – Exemple sur *Numworks*

♥ Formule : Incertitude type A

L'incertitude Δx associée à la mesure est donnée par :

$$\Delta x = 2 \times \frac{s_x}{\sqrt{n}} \quad \text{ou encore,} \quad \Delta x = 2 \times \frac{\text{Ecart-type}}{\sqrt{\text{Effectif total}}}$$

Exemple

Plusieurs étudiants mesurent la capacité thermique massique du cuivre par une méthode calorimétrique. Ils obtiennent :

i (étudiant)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
c ($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)	379	359	395	337	371	363	403	401	396	430	375	402

Avec un logiciel : $\bar{c} = 384,25 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ et $s_c = 25,05 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

L'incertitude sur la moyenne des 12 mesures :

$$\Delta c = 2 \times \frac{25,05}{\sqrt{12}} = 14,46 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

- Résultat : $c = 3,8 \pm 0,2 \times 10^2 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, niveau de confiance 95%.
- Intervalle : $3,6 \times 10^2 \leq c \leq 4,0 \times 10^2 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.
- L'écriture $380 \pm 20 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ est acceptée, mais l'écriture scientifique est à privilégier.

On peut comparer à la valeur tabulée $c_{\text{cuivre}} = 388 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ et conclure qu'il y a une **bonne concordance**.

**Exercice 7****Incertitude de type A (★)**

Un logiciel de traitement de données donne, pour une série de 9 mesures d'une même tension : $\bar{U} = 6,32 \text{ V}$ et $s_U = 0,18 \text{ V}$.

Q1 Calculer l'incertitude ΔU associée à cette série de mesures.

Q2 Écrire le résultat de la mesure sous la forme $U = \bar{U} \pm \Delta U$ avec le bon nombre de chiffres significatifs.

**Exercice 8****Incertitude de type A (★★)**

Un expérimentateur réalise 5 mesures de la période d'un pendule et obtient les valeurs suivantes (en secondes) : 1,08 ; 1,12 ; 1,05 ; 1,10 ; 1,09.

Q1 Calculer la moyenne $\bar{T}$ et l'écart-type s_T de cette série de mesures.

Q2 En déduire l'incertitude ΔT .

Q3 Écrire le résultat final de la mesure avec le bon nombre de chiffres significatifs.

C Incertitude de type B (mesure unique)

Quand utiliser le type B ?

Dans le cas où l'on ne peut pas réaliser de mesures répétées (un seul instrument, une seule observation), l'incertitude est obtenue par un **jugement fondé sur les lois de probabilités** supposées de la grandeur mesurée.

C-1 Appareil numérique

Propriété : Appareil numérique

Pour un appareil numérique (voltmètre, thermocouple), l'incertitude est donnée directement par la **précision constructeur**, déjà exprimée à un niveau de confiance de 95 %. Aucun facteur multiplicatif supplémentaire n'est donc appliqué.

La notice indique en général :

précision : $\pm a\%$ de la valeur lue + b digits

Attention : Pourquoi pas de facteur 2 ici ?

Contrairement aux incertitudes de type A ou de type B analogique, la précision annoncée par le constructeur est déjà une **borne garantie** pour la quasi-totalité des mesures. On l'utilise donc **telle quelle** comme incertitude Δx .

Exemple

Incertainitude sur la mesure d'une tension continue $U = 4,98$ V, réalisée sur un voltmètre numérique APPA 97.

Sur la notice : « Tension DC, tout calibre : $\pm 0,5\% + 2d$ ».

$$\Delta x = 0,005 \times 4,98 + 2 \times 0,01 = 0,0449 \text{ V}$$

On garde $\Delta x = 0,05$ V. Résultat : $U = 4,98 \pm 0,05$ V.

C-2 Appareil analogique

Propriété : Appareil analogique

Pour un appareil analogique (règle graduée, burette graduée), l'incertitude est donnée par cette formule :

$$\Delta x = 2 \times \frac{a}{\sqrt{3}}$$

avec a la valeur d'**demi-division** de l'instrument de mesure.

 Exemple

La température mesurée par un thermomètre analogique est lue entre deux graduations espacées de 1°C . L'incertitude est : $\Delta T = 2 \times \frac{0,5^\circ\text{C}}{\sqrt{3}} \simeq 0,577^\circ\text{C}$.

On écrit : $T = 18,0 \pm 0,6^\circ\text{C}$.

**Exercice 9****Incertitude de type B — application directe (★)**

Q1 Un ampèremètre analogique a une demi-division de $a = 0,1\text{ mA}$. Calculer l'incertitude ΔI .

Q2 Un thermomètre numérique affiche $T = 21,4^\circ\text{C}$ avec une précision constructeur $\pm 1\% + 1\text{ digit}$. Calculer l'incertitude ΔT puis écrire le résultat.

**Exercice 10****Incertitude de type B (★)**

On mesure une tension avec un multimètre numérique qui affiche $U = 12,34\text{ V}$. La notice indique une précision de $\pm 0,8\% + 3d$ sur ce calibre.

Q1 Identifier le dernier digit et calculer l'incertitude ΔU .

Q2 Écrire le résultat de la mesure en notation scientifique.

Q3 Même question pour une mesure de courant $I = 0,512\text{ A}$ avec un calibre affichant le milliampère comme dernier digit et une précision $\pm 1,2\% + 2d$.

IV Propagation des incertitudes

Comment faire quand on fait des calculs à partir des mesures ?

On considère une grandeur q fonction de plusieurs grandeurs accessibles à la mesure : $q = f(x, y)$.
Comment évaluer l'incertitude Δq sur q à partir des incertitudes Δx et Δy sur x et y ?

Propriété : Combinaison des incertitudes élargies

On admet que, dès lors que toutes les incertitudes manipulées dans ce cours sont exprimées au **même niveau de confiance (95 %)**, elles se combinent selon les lois de propagation ci-dessous.

Opération	Grandeur	Incertitude-type propagée
Somme / Différence	$q = x + y$ ou $q = x - y$	$\Delta q = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$
Produit	$q = x \times y$	$\Delta q = q \times \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2}$
Rapport	$q = \frac{x}{y}$	$\Delta q = q \times \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2}$

FIGURE 4 – Lois de propagation des incertitudes

Exemple

On détermine une puissance électrique par la formule $P = UI$. On mesure $U = 4,98$ V avec $\Delta U = 0,0449$ V et $I = 24$ mA avec $\Delta I = 2,97$ mA (ampèremètre analogique).

1. Calcul de P : $P = 4,98 \times 24 \times 10^{-3} = 0,119$ W.
2. Calcul de ΔP :

$$\Delta P = P \times \sqrt{\left(\frac{0,0449}{4,98}\right)^2 + \left(\frac{2,97}{24}\right)^2} = 0,124 \times 0,119 \approx 0,0148 \text{ W.}$$

Résultat final (avec le bon nombre de chiffres significatifs) :

$$U = 4,98 \pm 0,05 \text{ V}, \quad I = 24 \pm 3 \text{ mA}, \quad P = 0,12 \pm 0,02 \text{ W}$$



Exercice 11

Propagation d'incertitudes (★ ★)

On mesure la puissance dissipée dans un résistor avec $U = 5,12 \pm 0,05$ V et $I = 125 \pm 2$ mA.

Q1 Calculer la puissance $P = UI$ en watt.

Q2 Calculer l'incertitude relative sur U et sur I (en %).

Q3 En déduire l'incertitude absolue ΔP par propagation en quadrature.

Q4 Écrire le résultat final $P = \bar{P} \pm \Delta P$ avec le bon nombre de chiffres significatifs.

 Exercice 12 Propagation — somme (★)

On mesure deux résistances en série : $R_1 = 470 \pm 10 \, \Omega$ et $R_2 = 1,00 \pm 0,05 \, \text{k}\Omega$.

Q1 Calculer la résistance équivalente $R_{eq} = R_1 + R_2$.

Q2 Calculer ΔR_{eq} par propagation en quadrature.

Q3 Écrire le résultat avec le bon nombre de chiffres significatifs.

 Exercice 13 Propagation — rapport (★★)

On mesure une puissance $P = UI$ avec $U = 3,50 \pm 0,08 \, \text{V}$ et $I = 80 \pm 2 \, \text{mA}$.

Q1 Calculer P en milliwatt.

Q2 Calculer $\Delta P/P$ par propagation en quadrature.

Q3 En déduire ΔP en mW et écrire le résultat final.

**Exercice 14****Synthèse — incertitudes (★ ★ ★)**

Un expérimentateur mesure la capacité thermique massique c d'un métal par la méthode des mélanges. Il mesure :

- La masse : $m = 52,3 \pm 0,1$ g.
- L'élévation de température : $\Delta T = 8,5 \pm 0,5$ K.
- L'énergie transférée : $Q = 4,19 \pm 0,02$ kJ.

La relation est : $c = \frac{Q}{m \Delta T}$.

Q1 Calculer c en $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Q2 Calculer les incertitudes relatives de Q , m et ΔT (en %).

Q3 En déduire l'incertitude relative de c par propagation.

Q4 Donner le résultat final $c = \bar{c} \pm \Delta c$ avec le bon nombre de cs.

Résumé et formulaire

Ces formules seront toujours données, il n'est en aucun cas nécessaire de les apprendre.

Grandeur / Situation	Définition / Formule	Remarque
Moyenne $\bar{x}$	Calculatrice	n mesures
Écart-type s_x	Calculatrice	Estimateur
Incertitude type A	$\Delta x = 2 \frac{s_x}{\sqrt{n}}$	Confiance 95%
Incertitude type B (numérique)	$\pm a\%$ de la valeur lue + b digits	Constructeur, déjà à 95%, pas de facteur 2
Incertitude type B (analogique)	$\Delta x = 2 \times \frac{a}{\sqrt{3}}$	Lecture visuelle, confiance 95%
Résultat de mesure	$x = \bar{x} \pm \Delta x$ unité	1 cs pour Δx , arrondi par excès
Incertitude relative	$\frac{\Delta x}{ x }$	Exprimée en %
Propagation — somme	$\Delta q = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$	$q = x \pm y$, incertitudes au même niveau de confiance
Propagation — produit	$\frac{\Delta q}{q} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2}$	$q = xy$
Propagation — rapport	$\frac{\Delta q}{q} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2}$	$q = x/y$