

MESURES ET INCERTITUDES —
CORRECTIONS

Corrections des exercices

Ce document propose la correction détaillée de l'ensemble des exercices du cours *Mesures et incertitudes*.

I Chiffres significatifs

Correction : Puissances de 10

Q1 Simplifier $10^4 \times 10^{-7}$.

$$10^4 \times 10^{-7} = 10^{4-7} = \boxed{10^{-3}}$$

Q2 Simplifier $\frac{10^{-3}}{10^5}$.

$$\frac{10^{-3}}{10^5} = 10^{-3-5} = \boxed{10^{-8}}$$

Q3 Simplifier $(10^{-2})^4$.

$$(10^{-2})^4 = 10^{-2 \times 4} = \boxed{10^{-8}}$$

Q4 Écrire 4 560 000 en notation scientifique.

$$4\,560\,000 = \boxed{4,56 \times 10^6}$$

Q5 Écrire 0,0000078 en notation scientifique.

$$0,0000078 = \boxed{7,8 \times 10^{-6}}$$

Q6 Effectuer $(2,0 \times 10^3) \times (3,0 \times 10^5)$.

$$(2,0 \times 10^3) \times (3,0 \times 10^5) = (2,0 \times 3,0) \times 10^{3+5} = \boxed{6,0 \times 10^8}$$

Q7 Effectuer $(9,6 \times 10^8) \div (3,2 \times 10^2)$.

$$\frac{9,6 \times 10^8}{3,2 \times 10^2} = \frac{9,6}{3,2} \times 10^{8-2} = \boxed{3,0 \times 10^6}$$

Correction : Conversions d'unités

Q1 Convertir 56 mV en V, en notation scientifique.

$$56 \text{ mV} = 56 \times 10^{-3} \text{ V} = \boxed{5,6 \times 10^{-2} \text{ V}}$$

Q2 Convertir 3,4 kΩ en Ω.

$$3,4 \text{ k}\Omega = \boxed{3,4 \times 10^3 \Omega}$$

Q3 Convertir 850 nA en A.

$$850 \text{ nA} = 850 \times 10^{-9} \text{ A} = \boxed{8,50 \times 10^{-7} \text{ A}}$$

Q4 Convertir 2,0 MHz en Hz.

$$2,0 \text{ MHz} = \boxed{2,0 \times 10^6 \text{ Hz}}$$

Q5 Convertir 45 cm en m.

$$45 \text{ cm} = 45 \times 10^{-2} \text{ m} = \boxed{0,45 \text{ m}}$$

Q6 Convertir 12 cm² en m².

$$12 \text{ cm}^2 = 12 \times (10^{-2} \text{ m})^2 = 12 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = \boxed{1,2 \times 10^{-3} \text{ m}^2}$$

Q7 Convertir 500 cm³ en m³, puis en litres (rappel : 1 L = 1 dm³).

$$500 \text{ cm}^3 = 500 \times (10^{-2} \text{ m})^3 = 500 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 5,00 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

Comme 1 m³ = 1000 L :

$$5,00 \times 10^{-4} \text{ m}^3 = \boxed{0,500 \text{ L}}$$

Correction : Nombre de chiffres significatifs

Q1 Combien de chiffres significatifs comportent les valeurs suivantes : 12,4 ; 0,0305 ; 2,00 ; 1500 ; 1,500 × 10³ ; 0,70 ?

- 12,4 : **3** chiffres significatifs.
- 0,0305 : **3** chiffres significatifs (les deux zéros initiaux ne comptent pas, le zéro entre 3 et 5 est significatif).
- 2,00 : **3** chiffres significatifs (les zéros après la virgule sont significatifs).
- 1500 : écriture ambiguë sans indication complémentaire ; par convention on considère les zéros finaux non garantis comme significatifs, ce qui donnerait **4** chiffres significatifs, mais l'écriture scientifique est nécessaire pour lever le doute.
- 1,500 × 10³ : **4** chiffres significatifs (l'écriture scientifique fixe sans ambiguïté le nombre de cs).
- 0,70 : **2** chiffres significatifs.

Q2 Réécrire 0,04010 en notation scientifique avec le bon nombre de chiffres significatifs.

Le nombre 0,04010 possède 4 chiffres significatifs (4, 0, 1, 0) puisque les deux zéros à gauche du premier chiffre non nul ne sont pas significatifs, mais le zéro final l'est.

$$0,04010 = \boxed{4,010 \times 10^{-2}}$$

Correction : Multiplier / diviser

Q1 Donner le résultat de $3,2 \times 4,56$ avec le bon nombre de chiffres significatifs.

Calcul à la calculatrice :

$$3,2 \times 4,56 = 14,592$$

Le facteur le moins précis (3,2) possède 2 chiffres significatifs. On arrondit donc à 2 cs :

14

Q2 Donner le résultat de $\frac{125}{4,0}$ avec le bon nombre de chiffres significatifs.

$$\frac{125}{4,0} = 31,25$$

Le facteur le moins précis (4,0) possède 2 chiffres significatifs :

31

Q3 Donner le résultat de $2,00 \times 3,14159$ avec le bon nombre de chiffres significatifs.

$$2,00 \times 3,14159 = 6,28318$$

Le facteur le moins précis (2,00) possède 3 chiffres significatifs :

6,28

Correction : Additionner / soustraire

Q1 Donner le résultat de $12,45 + 3,2$ avec le bon nombre de décimales.

$$12,45 + 3,2 = 15,65$$

Le terme le moins précis (3,2) possède 1 décimale :

15,7

Q2 Donner le résultat de $102,6 - 15,47$ avec le bon nombre de décimales.

$$102,6 - 15,47 = 87,13$$

Le terme le moins précis (102,6) possède 1 décimale :

87,1

Q3 Donner le résultat de $5,0 + 2,35 + 0,126$ avec le bon nombre de décimales.

$$5,0 + 2,35 + 0,126 = 7,476$$

Le terme le moins précis (5,0) possède 1 décimale :

7,5

Correction : Chiffres significatifs

Une règle graduée donne $L = 12,5$ cm et une autre donne $l = 8,20$ cm.

Q1 Calculer le périmètre $P = 2L + 2l$ en conservant le bon nombre de décimales.

C'est une somme : on conserve autant de décimales qu'en a la mesure la moins précise.

$$P = 2 \times 12,5 + 2 \times 8,20 = 25,0 + 16,40 = 41,40 \text{ cm}$$

L possède 1 décimale, l en possède 2 : on garde 1 décimale.

$$P = 41,4 \text{ cm}$$

Q2 Calculer l'aire $A = L \times l$ en conservant le bon nombre de chiffres significatifs.

C'est un produit : on conserve autant de chiffres qu'en a la mesure la moins précise.

$$A = 12,5 \times 8,20 = 102,5 \text{ cm}^2$$

L et l possèdent chacun 3 chiffres significatifs :

$$A = 103 \text{ cm}^2$$

Q3 Un courant $I = 0,052$ A traverse une résistance $R = 470 \Omega$. Calculer la puissance $P = RI^2$ en conservant le bon nombre de chiffres significatifs.

$$P = RI^2 = 470 \times (0,052)^2 = 470 \times 0,002704 = 1,27088 \text{ W}$$

I possède 2 chiffres significatifs (le moins précis) :

$$P = 1,3 \text{ W}$$

II Incertitude

Correction : Incertitude de type A — application directe

Un logiciel de traitement de données donne, pour une série de 9 mesures d'une même tension : $\bar{U} = 6,32$ V et $s_U = 0,18$ V.

Q1 Calculer l'incertitude ΔU associée à cette série de mesures.

$$\Delta U = 2 \frac{s_U}{\sqrt{n}} = 2 \frac{0,18}{\sqrt{9}} = 2 \frac{0,18}{3} = 0,12 \text{ V}$$

En ne gardant qu'un seul chiffre significatif, arrondi par excès :

$$\Delta U \simeq 0,2 \text{ V}$$

Q2 Écrire le résultat de la mesure sous la forme $U = \bar{U} \pm \Delta U$ avec le bon nombre de chiffres significatifs. Le dernier chiffre significatif de $\bar{U}$ doit être cohérent avec l'incertitude (au dixième) :

$$U = (6,3 \pm 0,2) \text{ V}$$

Correction : Incertitude de type A

Un expérimentateur réalise 5 mesures de la période d'un pendule et obtient les valeurs suivantes (en secondes) : 1,08 ; 1,12 ; 1,05 ; 1,10 ; 1,09.

Q1 Calculer la moyenne $\bar{T}$ et l'écart-type s_T de cette série de mesures.

Moyenne :

$$\bar{T} = \frac{1,08 + 1,12 + 1,05 + 1,10 + 1,09}{5} = \frac{5,44}{5} = 1,088 \text{ s}$$

Écart-type (estimateur avec $n - 1$ au dénominateur) : on calcule les écarts à la moyenne puis leurs carrés.

T_i (s)	$T_i - \bar{T}$	$(T_i - \bar{T})^2$
1,08	-0,008	0,000064
1,12	+0,032	0,001024
1,05	-0,038	0,001444
1,10	+0,012	0,000144
1,09	+0,002	0,000004
Somme		0,002680

$$s_T^2 = \frac{0,002680}{5 - 1} = \frac{0,002680}{4} = 0,000670$$

$$s_T = \sqrt{0,000670} \approx 0,0259 \text{ s}$$

Q2 En déduire l'incertitude ΔT .

$$\Delta T = 2 \frac{s_T}{\sqrt{n}} = 2 \frac{0,0259}{\sqrt{5}} \approx 0,0232 \text{ s}$$

Arrondie à un chiffre significatif, par excès :

$$\Delta T \simeq 0,03 \text{ s}$$

Q3 Écrire le résultat final de la mesure avec le bon nombre de chiffres significatifs.

La moyenne est arrondie au même rang que l'incertitude (le centième) :

$$T = (1,09 \pm 0,03) \text{ s}$$

Correction : Incertitude de type B — application directe

Q1 Un ampèremètre analogique a une demi-division de $a = 0,1 \text{ mA}$. Calculer l'incertitude ΔI .

Pour un appareil analogique :

$$\Delta I = 2 \frac{a}{\sqrt{3}} = 2 \frac{0,1}{\sqrt{3}} \approx 0,1155 \text{ mA}$$

Arrondie à un chiffre significatif, par excès :

$$\Delta I \simeq 0,2 \text{ mA}$$

Q2 Un thermomètre numérique affiche $T = 21,4^\circ\text{C}$, avec une précision constructeur $\pm 1\% + 1 \text{ digit}$. Calculer l'incertitude ΔT , puis écrire le résultat.

Le dernier digit correspond à $0,1^\circ\text{C}$.

$$\Delta T = 1\% \times 21,4 + 1 \times 0,1 = 0,214 + 0,1 = 0,314^\circ\text{C}$$

Arrondie à un chiffre significatif, par excès :

$$\Delta T \simeq 0,4^\circ\text{C}$$

Résultat :

$$T = (21,4 \pm 0,4)^\circ\text{C}$$

Correction : Incertitude de type B

On mesure une tension avec un multimètre numérique qui affiche $U = 12,34 \text{ V}$. La notice indique une précision de $\pm 0,8\% + 3d$ sur ce calibre.

Q1 Identifier le dernier digit et calculer l'incertitude ΔU .

Le dernier digit affiché est le centième de volt : $d = 0,01 \text{ V}$.

$$\Delta U = 0,008 \times 12,34 + 3 \times 0,01 = 0,09872 + 0,03 = 0,12872 \text{ V}$$

Arrondie à un chiffre significatif, par excès :

$$\Delta U \simeq 0,2 \text{ V}$$

Q2 Écrire le résultat de la mesure en notation scientifique.

$$U = (1,23 \pm 0,02) \times 10^1 \text{ V}$$

soit, de façon équivalente, $U = (12,3 \pm 0,2) \text{ V}$.

Q3 Même question pour une mesure de courant $I = 0,512 \text{ A}$ avec un calibre affichant le milliampère comme dernier digit et une précision $\pm 1,2\% + 2d$.

Le dernier digit correspond à $d = 1 \text{ mA} = 0,001 \text{ A}$.

$$\Delta I = 0,012 \times 0,512 + 2 \times 0,001 = 0,006144 + 0,002 = 0,008144 \text{ A}$$

Arrondie à un chiffre significatif, par excès :

$$\Delta I \simeq 0,009 \text{ A}$$

Résultat en notation scientifique :

$$I = (5,12 \pm 0,09) \times 10^{-1} \text{ A}$$

III Propagation des incertitudes

Correction : Propagation d'incertitudes

On mesure la puissance dissipée dans un résistor avec $U = 5,12 \pm 0,05$ V et $I = 125 \pm 2$ mA.

Q1 Calculer la puissance $P = UI$ en watt.

On convertit I en ampère : $I = 0,125$ A.

$$P = 5,12 \times 0,125 = \boxed{0,64 \text{ W}}$$

Q2 Calculer l'incertitude relative sur U et sur I (en %).

$$\frac{\Delta U}{U} = \frac{0,05}{5,12} \approx 0,00977 \Rightarrow \boxed{0,98 \%}$$

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{2}{125} = 0,016 \Rightarrow \boxed{1,6 \%}$$

Q3 En déduire l'incertitude absolue ΔP par propagation en quadrature.

Pour un produit :

$$\frac{\Delta P}{P} = \sqrt{\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2} = \sqrt{(0,00977)^2 + (0,016)^2} \approx 0,01874$$

$$\Delta P = P \times 0,01874 = 0,64 \times 0,01874 \approx 0,0120 \text{ W}$$

Arrondie à un chiffre significatif, par excès :

$$\boxed{\Delta P \simeq 0,02 \text{ W}}$$

Q4 Écrire le résultat final $P = \bar{P} \pm \Delta P$ avec le bon nombre de chiffres significatifs.

$$\boxed{P = (0,64 \pm 0,02) \text{ W}}$$

Correction : Propagation — somme

On mesure deux résistances en série : $R_1 = 470 \pm 10 \Omega$ et $R_2 = 1,00 \pm 0,05 \text{ k}\Omega$.

Q1 Calculer la résistance équivalente $R_{eq} = R_1 + R_2$.

On convertit R_2 en ohms : $R_2 = 1000 \pm 50 \Omega$.

$$R_{eq} = 470 + 1000 = \boxed{1470 \Omega}$$

Q2 Calculer ΔR_{eq} par propagation en quadrature.

Pour une somme :

$$\Delta R_{eq} = \sqrt{\Delta R_1^2 + \Delta R_2^2} = \sqrt{10^2 + 50^2} = \sqrt{2600} \approx 51,0 \Omega$$

Arrondie à un chiffre significatif, par excès :

$$\boxed{\Delta R_{eq} \simeq 60 \Omega}$$

Q3 Écrire le résultat avec le bon nombre de chiffres significatifs.

$$R_{eq} = (1,47 \pm 0,06) \times 10^3 \, \Omega$$

soit, de façon équivalente, $R_{eq} = (1470 \pm 60) \, \Omega$.

Correction : Propagation — rapport

On mesure une puissance $P = UI$ avec $U = 3,50 \pm 0,08$ V et $I = 80 \pm 2$ mA.

Q1 Calculer P en milliwatt.

En utilisant U en volts et I en milliampères, le produit donne directement des milliwatts :

$$P = 3,50 \times 80 = \boxed{280 \text{ mW}}$$

Q2 Calculer $\Delta P/P$ par propagation en quadrature.

$$\frac{\Delta U}{U} = \frac{0,08}{3,50} \approx 0,0229 \quad \frac{\Delta I}{I} = \frac{2}{80} = 0,025$$

$$\frac{\Delta P}{P} = \sqrt{(0,0229)^2 + (0,025)^2} \approx 0,0339 \Rightarrow \boxed{3,4 \%}$$

Q3 En déduire ΔP en mW et écrire le résultat final.

$$\Delta P = P \times \frac{\Delta P}{P} = 280 \times 0,0339 \approx 9,5 \text{ mW}$$

Arrondie à un chiffre significatif, par excès :

$$\boxed{\Delta P \simeq 10 \text{ mW}}$$

Résultat final :

$$\boxed{P = (280 \pm 10) \text{ mW}}$$

Correction : Synthèse — incertitudes

Un expérimentateur mesure la capacité thermique massique c d'un métal par la méthode des mélanges. Il mesure :

- la masse : $m = 52,3 \pm 0,1$ g ;
- l'élévation de température : $\Delta T = 8,5 \pm 0,5$ K ;
- l'énergie transférée : $Q = 4,19 \pm 0,02$ kJ.

La relation est : $c = \frac{Q}{m \Delta T}$.

Q1 Calculer c en $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

On convertit les unités dans le système international :

$$Q = 4190 \text{ J}, \quad m = 0,0523 \text{ kg}$$

$$c = \frac{4190}{0,0523 \times 8,5} = \frac{4190}{0,44455} \approx 9425 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Q2 Calculer les incertitudes relatives de Q , m et ΔT (en %).

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{0,02}{4,19} \approx 0,477 \%$$

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{0,1}{52,3} \approx 0,191 \%$$

$$\frac{\Delta(\Delta T)}{\Delta T} = \frac{0,5}{8,5} \approx 5,88 \%$$

Q3 En déduire l'incertitude relative de c par propagation.

Comme $c = \frac{Q}{m \Delta T}$ est un rapport/produit de trois grandeurs, on propage en quadrature les trois incertitudes relatives :

$$\frac{\Delta c}{c} = \sqrt{\left(\frac{\Delta Q}{Q}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(\Delta T)}{\Delta T}\right)^2}$$

$$\frac{\Delta c}{c} = \sqrt{(0,00477)^2 + (0,00191)^2 + (0,0588)^2} \approx 0,0590$$

$$\boxed{\frac{\Delta c}{c} \approx 5,9\%}$$

On remarque que le terme dominant est très largement celui de ΔT (incertitude relative $\sim 5,9\%$), les contributions de Q et m étant négligeables en comparaison.

Q4 Donner le résultat final $c = \bar{c} \pm \Delta c$ avec le bon nombre de cs.

$$\Delta c = c \times \frac{\Delta c}{c} = 9425 \times 0,0590 \approx 557 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$$

Arrondie à un chiffre significatif, par excès :

$$\boxed{\Delta c \simeq 600 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}}$$

La valeur moyenne est arrondie au même rang :

$$\boxed{c = (9,4 \pm 0,6) \times 10^3 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}}$$